

# Dynamic modulus of rigidity of seven types of Mexican wood determined by torsional vibration

Módulos de rigidez dinámicos de siete maderas mexicanas determinados por vibraciones en torsión

Javier R. Sotomayor-Castellanos.

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Edificio D, Ciudad Universitaria. C. P. 58030. Morelia, Michoacán, México.  
Email: madera999@yahoo.com Tel.: 52 + (443)3642857.

## Abstract

The modulus of rigidity of wood is useful for the structural calculus and manufacture of wood products. The objective of this research was to determine the modulus of rigidity ( $G_{LT}$ ) of seven species of Mexican woods (*Enterolobium cyclocarpum*, *Tabebuia donnell-smithii*, *T. rosea*, *Swietenia humilis*, *Lysiloma acapulcensis*, *Cordia elaeagnoides* y *T. chrysantha*), performing torsional vibration tests. The density, moisture content and natural frequency of smaller specimens were also determined. The  $G_{LT}$  values of the seven species are similar to those proposed by the revised authors for woods with comparable density and moisture content. The moduli of rigidity varied between 695 MPa and 2,807 MPa (*E. cyclocarpum*) y 2,807 MPa (*T. chrysantha*). The values for each species oscillate around the linear prediction proposed by the elastic model of the wood. The wood density and the natural frequency of vibrations in torsion are predictors of the dynamic modulus of rigidity with coefficients of determination of 0.98 and 0.81 respectively.

**Keywords:** Density, humidity content, torsional natural frequency, mechanical characterization.

## Resumen

El módulo de rigidez de la madera es útil para el cálculo estructural y la elaboración de productos derivados de la misma. El objetivo de esta investigación fue determinar los módulos de rigidez en el plano longitudinal tangencial ( $G_{LT}$ ) de siete especies de maderas mexicanas (*Enterolobium cyclocarpum*, *Tabebuia donnell-smithii*, *T. rosea*, *Swietenia humilis*, *Lysiloma acapulcensis*, *Cordia elaeagnoides* y *T. chrysantha*), realizando pruebas de vibraciones en torsión. También se determinó la densidad, el contenido de humedad y la frecuencia natural de probetas de pequeñas dimensiones. Los valores del  $G_{LT}$  de las siete especies fueron similares a los módulos propuestos en estudios ya realizados con maderas de densidad y contenido de humedad comparables. Los módulos de rigidez variaron entre 695 MPa (*E. cyclocarpum*) y 2,807 MPa (*T. chrysantha*). Los valores de cada especie oscilaron alrededor de la predicción lineal propuesta a través del modelo elástico de la madera. La densidad y la frecuencia natural de vibraciones en torsión son predictores del módulo de rigidez dinámico con coeficientes de determinación de 0.98 y 0.81, respectivamente.

**Palabras clave:** Densidad, contenido de humedad, frecuencia natural en torsión, caracterización mecánica.

## Introduction

Construction and manufacturing industries of wood articles require information on the moduli of elasticity and rigidity in order to improve the design and the quality of wood products (Köhler, Sørensen, & Faber, 2007; Olsson & Källsner, 2013). Knowledge of the moduli of elasticity and rigidity of wood is of great importance in decision making related to the use of natural resources, and in the engineering, construction and architecture areas. The moduli are also important for the manufacture of wooden musical instruments (Brémaud, Gril, & Thibaut, 2011). Similarly, in different engineering specialties and materials sciences, the elastic parameters are necessary for the modeling of the mechanical behavior of the wood through the finite element method (Mackerle, 2005; Tankut, Tankut, & Zor, 2014) and for the analysis through artificial neural networks (Tiryaki & Hamzaçebi, 2014).

In the case of the mechanical behavior of the wood in static conditions, the determination of the moduli of elasticity and rigidity are derived from the stress-deformation relation (Adamopoulos & Passialis, 2010). When the parameters are derived from dynamic tests, the experimental parameters to be determined in the test pieces are the frequency (Yoshihara, 2012a) or the speed of the wavelength (Keunecke, Sonderegger, Pereteanu, Lüthi, & Niemz, 2007). The experimental results are pondered by the density of the wood, its temperature, the content of humidity at the moment of the test (Gorišek & Straže, 2013; Hernández, Passarini, & Koubaa, 2014) and by the anisotropy directions in which the test pieces were aligned (Brémaud et al., 2011).

Regarding the modulus of rigidity, some authors such as Naruse (2003); Keunecke et al. (2007); Yoshihara (2012b); Ozyhar, Hering, Sanabria, and Niemz (2013); Kránitz, Deublein, and Niemz (2014); Nadir, Nagarajan, and Midhun (2014) and Sotomayor (2015) have reported data from several types of wood. The information on the modulus of elasticity determined through non-destructive methods and quality indexes of Mexican wood is lacking, with the exception of Sotomayor-Castellanos, Guridi-Gómez, and García-Moreno (2010). It is also worth noting the absence of derived data from mechanical tests that could be applied in the study of the behavior of wood products functioning in dynamic conditions or for seismic design purposes for wood structures.

The modulus of rigidity is useful for the calculation of elements and connections where deformations outside the plane appear, caused by cutting efforts. For example, for beams that work with bending and torsion, as well as in connections between structural elements in buildings and wood items. Similarly, wood sawmills usually produce parallelepipeds for structural use, cut in the radial-tangential plane with at least two

## Introducción

Las industrias de la construcción y fabricación de artículos de madera requieren información de los módulos de elasticidad y de rigidez para mejorar el diseño y la calidad de los productos constituidos con dicho material (Köhler, Sørensen, & Faber 2007; Olsson & Källsner, 2013). El conocimiento de los módulos de elasticidad y rigidez de la madera es de gran importancia cuando se toman decisiones relacionadas con la explotación y uso de los recursos naturales, y en los campos de la ingeniería, construcción y arquitectura. Los módulos también son importantes para la fabricación de instrumentos musicales de madera (Brémaud, Gril, & Thibaut, 2011). Igualmente, en diversas especialidades de ingeniería y en ciencias de los materiales, los parámetros elásticos son necesarios para el modelado del comportamiento mecánico de la madera por el método del elemento finito (Mackerle, 2005; Tankut, Tankut, & Zor, 2014) y para el análisis por medio de redes neurales artificiales (Tiryaki & Hamzaçebi, 2014).

En el caso del comportamiento mecánico de la madera en condiciones estáticas, la determinación de los módulos de elasticidad y de rigidez son derivados de la relación esfuerzo-deformación (Adamopoulos & Passialis, 2010). Cuando los parámetros son derivados de pruebas dinámicas, los parámetros experimentales a determinar en las probetas son la frecuencia (Yoshihara, 2012a) o la velocidad de onda (Keunecke, Sonderegger, Pereteanu, Lüthi, & Niemz, 2007). Los resultados experimentales son ponderados por la densidad de la madera, su temperatura, el contenido de humedad al momento del ensayo (Gorišek & Straže, 2013; Hernández, Passarini, & Koubaa, 2014) y por las direcciones de anisotropía en que las probetas están alineadas (Brémaud et al., 2011).

Con respecto a los módulos de rigidez, algunos autores como Naruse (2003); Keunecke et al. (2007); Yoshihara (2012b); Ozyhar, Hering, Sanabria, y Niemz (2013); Kránitz, Deublein, y Niemz (2014); Nadir, Nagarajan, y Midhun (2014) y Sotomayor (2015) han reportado datos de diversas maderas. La información de módulos de elasticidad determinados por métodos no destructivos e índices de calidad de maderas mexicanas es escasa, con excepción de Sotomayor-Castellanos, Guridi-Gómez, y García-Moreno (2010). Además, es notoria la ausencia de datos derivados de pruebas mecánicas que puedan aplicarse en el estudio del comportamiento de productos de madera funcionando en condiciones dinámicas o para fines de diseño sísmico de estructuras de madera.

El módulo de rigidez es útil para el cálculo de elementos y conexiones donde aparecen deformaciones fuera de plano, ocasionadas por esfuerzos cortantes. Por ejemplo, en vigas trabajando en flexión y en torsión,

of its faces showing longitudinal-tangential planes. In this manner, when the wood is in service, it works as a beam bending or as a resistant element in products comprised of wood, the modulus of rigidity for the longitudinal-tangential plane is the parameter required for design and calculation.

The objective of this research was to determine the modulus of rigidity for the longitudinal-tangential plane of seven species of Mexican wood, performing torsional vibration tests. The species studied were: *Enterolobium cyclocarpum* (Jacq.) Griseb., *Tabebuia donnell-smithii* Rose, *Tabebuia rosea* (Bertol.) DC., *Swietenia humilis* Zucc., *Lysiloma acapulcensis* (Kunth) Benth., *Cordia elaeagnoides* A. DC. and *Tabebuia chrysantha* (Jacq.) G. Nicholson.

## Materials and methods

### Study material

The experimental material was comprised of wood from seven Mexican species. The wood was collected from a sawmill located in the municipality of Arteaga, Michoacán. The species were identified through the observation of their macroscopic anatomical characteristics in the Laboratorio de Mecánica de la Madera of the Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera in the Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. The wood was stored in a conditioning chamber for six months at 20 °C with a relative air humidity of 65 %, until reaching a humidity content consistent with the wood. From the pieces of cut wood, 20 test pieces of each species were cut at random with the following dimensions: 0.07 m x 0.07 m x 0.01 m in the longitudinal (L), tangential (T) and radial (R) directions, respectively. The test pieces were elaborated with sapwood and it was ensured that they were free of growth and heartwood anomalies.

### Experimental design

The experiment was designed following the recommendations of Gutiérrez and de la Vara (2012). The response variables were density and the modulus of rigidity. The species were considered the variation factor. The tests were done on 20 replicas (test pieces) of each species, with a total of 140 samples observed for each one of the two response variables.

Prior to the dynamic tests, the dimensions and mass of the test pieces were measured. The humidity content was calculated in accordance to ISO 13061-1:2014 (International Organization for Standardization [ISO], 2014), using five complementary test pieces for each studied species. The density ( $\rho$ ) was calculated with the relation between the mass and the volume of the test pieces, measured at the time of the test.

así como en conexiones entre elementos estructurales en edificaciones y en artículos de madera. En el mismo contexto, el aserrío de madera produce usualmente paralelepípedos para uso estructural, recortados en el plano radial-tangencial con al menos dos de sus caras mostrando planos longitudinales-tangenciales. De esta forma, cuando la madera está en servicio, trabaja como viga en flexión o como elemento resistente en productos compuestos de madera, el módulo de rigidez para el plano longitudinal-tangencial es el parámetro requerido para el diseño y cálculo.

El objetivo de esta investigación fue determinar el módulo de rigidez para el plano longitudinal-tangencial de siete especies de maderas mexicanas, realizando pruebas de vibraciones en torsión. Las especies estudiadas fueron: *Enterolobium cyclocarpum* (Jacq.) Griseb., *Tabebuia donnell-smithii* Rose, *Tabebuia rosea* (Bertol.) DC., *Swietenia humilis* Zucc., *Lysiloma acapulcensis* (Kunth) Benth., *Cordia elaeagnoides* A. DC. y *Tabebuia chrysantha* (Jacq.) G. Nicholson.

## Materiales y métodos

### Material de estudio

El material experimental se integró de madera de siete especies mexicanas. La madera se recolectó en un aserradero ubicado en el municipio de Arteaga, Michoacán. Las especies se identificaron mediante la observación de sus características anatómicas macroscópicas en el Laboratorio de Mecánica de la Madera de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. La madera se almacenó en una cámara de acondicionamiento durante seis meses a 20 °C y humedad relativa del aire de 65 %, hasta alcanzar un contenido de humedad en equilibrio con la madera. A partir de piezas de madera aserrada, 20 probetas de cada especie se recortaron al azar con dimensiones de 0.07 m x 0.07 m x 0.01 m en las direcciones longitudinal (L), tangencial (T) y radial (R), respectivamente. Las probetas se elaboraron con madera de albura y se revisó que estuvieran libres de anomalías de crecimiento y de madera de duramen.

### Diseño experimental

El experimento se diseñó siguiendo las recomendaciones de Gutiérrez y de la Vara (2012). Las variables respuesta fueron la densidad y el módulo de rigidez. La especie se consideró el factor de variación. Las pruebas se hicieron en 20 réplicas (probetas) de cada especie, con un total de 140 muestras observadas para cada una de las dos variables de respuesta.

Previo a las pruebas dinámicas, se midieron las dimensiones y la masa de las probetas. El contenido

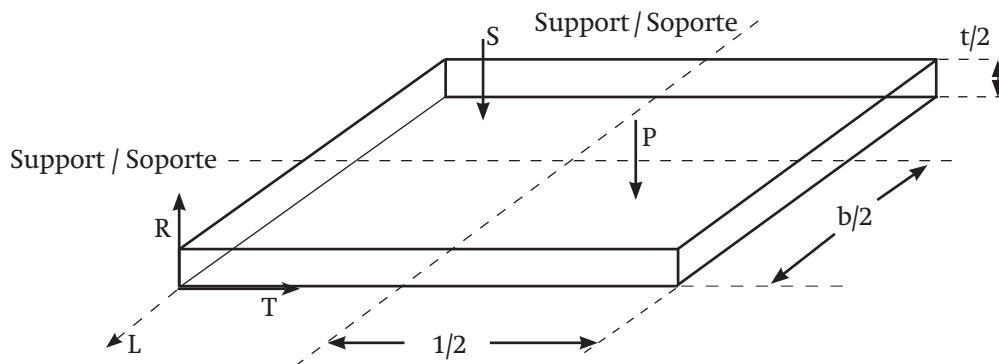
The torsional vibration tests were done based on the protocol recommended by the ASTM C1259-14 (American Society for Testing and Materials [ASTM International], 2014). The test piece was placed on isolated supports among the test pieces, forming a cross. The test piece was placed in the radial direction, perpendicularly to the longitudinal direction in the tangential-radial plane, which caused torsional vibrations in the plane corresponding to the longitudinal and tangential directions; this was done so that the calculated modulus of rigidity corresponded to the longitudinal-tangential plane, in accordance to the elastic model of wood proposed by Sotomayor-Castellanos and Hernández-Maldonado (2012). These authors published modulus of rigidity values for the different orthotropic planes of the elastic model of wood based on prediction equations, employing the density of the wood with 12 % humidity as a reference parameter. The methodology proposed in this investigation employs test pieces with small dimensions and only requires the torsional natural frequency as an experimentally measured parameter.

According to the ASTM E1876-01 (ASTM International, 2001), an impact was applied to each one of the 20 test pieces of each species, using one steel sphere of 0.005 m in diameter adhered to an elastic rope of 0.01 m in length and 0.002 m in thickness and 0.007 m in width. The impact was applied to the *P* point of the test piece surface, located in the intersection of 0.25 width *b* and 0.26 length *l* of each specimen (Figure 1). The movement of the test piece in the *s* point was recorded with a Grindosonic® (MKS model, Belgium) device in a symmetrical position with regards to the impact point. The reading of the electric movement sensor is transformed into an electrical signal, which in turn, is converted into the natural frequency *f* of the system, with a reading accuracy of 0.005 %.

de humedad se calculó de acuerdo con la norma ISO 13061-1:2014 (International Organization for Standardization [ISO], 2014), empleando cinco probetas complementarias por cada especie estudiada. La densidad ( $\rho$ ) se calculó con la relación entre la masa y el volumen de las probetas, medidos en el momento del ensayo.

Las pruebas de vibración en torsión se hicieron con base en el protocolo recomendado por la norma ASTM C1259-14 (American Society for Testing and Materials [ASTM International], 2014). La probeta se posicionó sobre soportes aislantes en medio de las probetas, formando una cruz. La probeta fue solicitada en la dirección radial, perpendicularmente a la dirección longitudinal en el plano tangencial-radial, lo que ocasionó vibraciones en torsión en el plano correspondiente a las direcciones longitudinal y tangencial; de tal forma, que el módulo de rigidez calculado corresponde al plano longitudinal-tangencial, conforme al modelo elástico de la madera, propuesto por Sotomayor-Castellanos y Hernández-Maldonado (2012). Estos autores publicaron valores de módulos de rigidez para los diferentes planos de ortotropía del modelo elástico de la madera a partir de ecuaciones de predicción, empleando la densidad de la madera con 12 % de humedad como parámetro de referencia. La metodología propuesta en la presente investigación emplea probetas de dimensiones pequeñas y requiere únicamente de la frecuencia natural de vibraciones en torsión como parámetro medido experimentalmente.

De acuerdo con la norma ASTM E1876-01 (ASTM International, 2001), se aplicó un impacto en cada una de las 20 probetas de cada especie, empleando una esfera de acero de 0.005 m de diámetro, adherida a un cabo elástico de 0.01 m de longitud y 0.002 m de espesor por 0.007 m de ancho. El impacto se aplicó en el punto *P* de



**Figure 1. Diagram of the torsional vibration tests. P: position to expand the impact, s: position to measure the natural frequency, R: radial direction ( $t$  = thickness), T: tangential direction ( $l$  = length), L: longitudinal direction ( $b$  = width). Adapted from the ASTM C1259 (ASTM International, 2014).**

**Figura 1. Diagrama de las pruebas de vibraciones en torsión. P: Posición para aplicar el impacto, s: Posición para medir la frecuencia natural, R: Dirección radial ( $t$  = espesor), T: Dirección tangencial ( $l$  = largo), L: Dirección longitudinal ( $b$  = ancho). Adaptado de la norma ASTM C1259 (ASTM International, 2014).**

The dynamic modulus of rigidity of wood through torsional vibrations was calculated with the following formula (ASTM International, 2014):

$$G = \frac{4l mf^2}{bt} \left[ \frac{B}{(1+A)} \right]$$

In which:

$$B = \frac{\frac{b}{t} + \frac{t}{b}}{4\left(\frac{t}{b}\right) - 2.53\left(\frac{t}{b}\right)^2 + 0.21\left(\frac{t}{b}\right)^6}$$

$$A = \frac{0.5062 - 0.8776\left(\frac{b}{t}\right) + 0.3504\left(\frac{b}{t}\right)^2 - 0.0078\left(\frac{b}{t}\right)^3}{12.03\left(\frac{b}{t}\right) + 9.892\left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

where:

G = Dynamic modulus of rigidity (Pa = N·m<sup>-2</sup>)

f = Natural resonance frequency (Hz)

m = Mass of the test piece (g)

l = Length of the test piece (tangential direction) (m)

t = Thickness of the test piece (radial direction) (m)

b = Width of the test piece (longitudinal direction) (m)

A and B = Geometric adjustment factors

### Statistical analysis

Normality tests were performed, calculating the degree of the underpinning and the slant, in order to confirm that the data of the samples came from normal distributions. After verifying the normality of the data, a descriptive analysis was done calculating the means, standard deviation and coefficient of variation for the density, frequency and modulus of rigidity values. Finally, the lineal regression between the density of the wood as an explicative variable of the modulus of rigidity variable was calculated. The statistical calculations were done with the Statgraphics® (Statpoint Technologies, Inc., 2006) program.

### Results and discussion

The average humidity content of the wood was 11.5 %. Table 1 shows the densities, natural frequencies and moduli of rigidity for the longitudinal tangential plane of the seven types of wood studied. The statistics presented for each species are: arithmetic mean ( $\bar{x}$ ), standard deviation ( $\sigma$ ) and coefficient of variation (CV). *Tabebuia donnell-smithii* presented a CV of  $G_{LT}$  of up to twice the average of the other six species. The normality tests of the underpinning and slant confirmed that the information of all samples came from a normal distribution.

The magnitudes and the CV of the density of the types of wood studied were similar to the results of vibration

la superficie de la probeta, localizado en la intersección 0.25 del ancho  $b$  y 0.25 del largo  $l$  de cada espécimen (Figura 1). El movimiento de la probeta en el punto  $s$  se registró con un aparato Grindosonic® (modelo MKS, Bélgica) en una posición simétrica respecto al punto de impacto. La lectura del sensor piezo-eléctrico de movimiento se transforma en una señal eléctrica, la cual, a su vez, se convierte en la frecuencia natural  $f$  del sistema con una precisión de lectura de 0.005 %.

El módulo de rigidez dinámico de la madera por vibraciones en torsión se calculó con la siguiente fórmula (ASTM International, 2014):

$$G = \frac{4l mf^2}{bt} \left[ \frac{B}{(1+A)} \right]$$

en la cual:

$$B = \frac{\frac{b}{t} + \frac{t}{b}}{4\left(\frac{t}{b}\right) - 2.53\left(\frac{t}{b}\right)^2 + 0.21\left(\frac{t}{b}\right)^6}$$

$$A = \frac{0.5062 - 0.8776\left(\frac{b}{t}\right) + 0.3504\left(\frac{b}{t}\right)^2 - 0.0078\left(\frac{b}{t}\right)^3}{12.03\left(\frac{b}{t}\right) + 9.892\left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

donde:

G = Módulo de rigidez dinámico (Pa = N·m<sup>-2</sup>)

f = Frecuencia natural de resonancia (Hz)

m = Masa de la probeta (g)

l = Largo de la probeta (dirección tangencial) (m)

t = Espesor de la probeta (dirección radial) (m)

b = Ancho de la probeta (dirección longitudinal) (m)

A y B = Factores de ajuste geométrico

### Análisis estadístico

Se realizaron pruebas de normalidad, calculando el grado de apuntalamiento y el sesgo, para confirmar que los datos de las muestras provenían de distribuciones normales. Después de verificar la normalidad de los datos, se hizo un análisis descriptivo calculando las medias, la desviación estándar y el coeficiente de variación, para los valores de densidad, frecuencia y módulo de rigidez. Finalmente, se calculó la regresión lineal entre la densidad de la madera como variable explicativa de la variable módulo de rigidez. Los cálculos estadísticos fueron realizados con el programa Statgraphics® (Statpoint Technologies, Inc., 2006).

### Resultados y discusión

El contenido de humedad de la madera fue en promedio de 11.5 %. El Cuadro 1 presenta las densidades, frecuencias naturales y módulos de rigidez para el plano longitudinal-tangencial de las siete maderas



**Table 1. Densities, natural frequencies and dynamic modulus of rigidity of the seven Mexican species of wood being studied.****Cuadro 1. Densidades, frecuencias naturales y módulos de rigidez dinámicos de la madera de siete especies mexicanas en estudio.**

Species/Especie	Descriptive statistics / Estadístico descriptivo	$\rho$ (kg·m <sup>-3</sup> )	f (Hz)	G <sub>LT</sub> (MPa)
<i>Enterolobium cyclocarpum</i> (Jacq.) Griseb.	$\bar{x}$	506	2,277	695
	$\sigma$	80.20	80.20	48.30
	CV	15.86	3.52	6.95
<i>Tabebuia donnell-smithii</i> Rose	$\bar{x}$	496	2,556	870
	$\sigma$	40.70	175.11	172.75
	CV	8.20	6.85	19.85
<i>Tabebuia rosea</i> (Bertol.) DC.	$\bar{x}$	592	2,367	879
	$\sigma$	20.98	74.25	55.27
	CV	3.55	3.14	6.29
<i>Swietenia humilis</i> Zucc.	$\bar{x}$	662	2,409	1,019
	$\sigma$	12.69	82.68	65.67
	CV	1.92	3.43	6.45
<i>Lysiloma acapulcensis</i> (Kunth) Benth.	$\bar{x}$	716	2,643	1,328
	$\sigma$	25.39	94.14	124.52
	CV	3.55	3.56	9.38
<i>Cordia elaeagnoides</i> A. DC.	$\bar{x}$	1,135	2,676	2,157
	$\sigma$	30.67	77.05	142.53
	CV	2.70	2.88	6.61
<i>Tabebuia chrysantha</i> (Jacq.) G. Nicholson	$\bar{x}$	1,274	2,881	2,807
	$\sigma$	24.91	91.36	216.09
	CV	1.95	3.17	7.70

$\rho$ : Density; f: natural frequency; G<sub>LT</sub>: dynamic modulus of rigidity in the longitudinal-tangential plane;  $\bar{x}$ : arithmetic mean;  $\sigma$ : standard deviation; CV: Coefficient of variation (%).

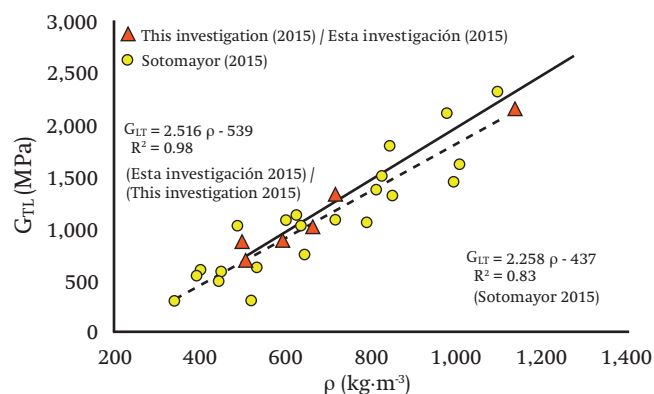
$\rho$ : Densidad; f: Frecuencia natural; G<sub>LT</sub>: Módulo de rigidez dinámico en el plano longitudinal-tangencial;  $\bar{x}$ : media aritmética;  $\sigma$ : desviación estándar; CV: Coeficiente de variación (%).

tests in transversal bending of 23 analyzed species (six species coincide in this investigation) by Sotomayor (2015). Figure 2 graphically compares the results of both studies. Similarly, it is confirmed that the density is a predictor of the modulus of rigidity with a determination coefficient ( $R^2$ ) of 0.98 for the results of this investigation and of 0.83 for those of Sotomayor (2015). The data of the modulus of rigidity for the longitudinal-tangential plane reported by Sotomayor (2015) come from tests where bars with a length of 0.5 m and a transversal section of 0.05 m x 0.05 m were used, for species with densities in an interval of 338 kg·m<sup>-3</sup> and 1,147 kg·m<sup>-3</sup> and a humidity content of 11.5 %.

The torsional natural frequency increases when the density of the wood increases. Natural frequency is a predictor of the dynamic modulus of rigidity with a correlation of  $G_{LT} = 3.41\rho - 7,288$  and  $R^2 = 0.81$ . The G<sub>LT</sub> values of the seven Mexican species are similar to the

estudiadas. Los estadígrafos presentados para cada especie son: media aritmética ( $\bar{x}$ ), desviación estándar ( $\sigma$ ) y coeficiente de variación (CV). *Tabebuia donnell-smithii* presentó un CV de G<sub>LT</sub> hasta dos veces el promedio de las otras seis especies. Las pruebas de normalidad de apuntalamiento y de sesgo confirmaron que los datos de todas las muestras provinieron de una distribución normal.

Las magnitudes y los CV de la densidad de las maderas estudiadas fueron similares a los resultados de ensayos de vibraciones en flexión transversal de 23 especies analizadas (seis especies coinciden en la presente investigación) por Sotomayor (2015). La Figura 2 compara gráficamente los resultados de ambos estudios. Asimismo, se confirma que la densidad es predictor del módulo de rigidez con un coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de 0.98 para los resultados de esta investigación y de 0.83 para los de Sotomayor (2015). Los



**Figure 2. Dynamic modulus of rigidity in the longitudinal-tangential plane ( $G_{TL}$ ) in function of the density ( $\rho$ ) of the wood. Comparison of results of this investigation (2015) and those of Sotomayor (2015).**

**Figura 2. Módulos de rigidez dinámicos en el plano longitudinal-tangencial ( $G_{TL}$ ) en función de la densidad ( $\rho$ ) de la madera. Comparación de resultados de esta investigación (2015) y de Sotomayor (2015).**

moduli of rigidity for the longitudinal-tangential plane determined by the authors: Naruse (2003), Keunecke et al. (2007), Yoshihara (2012b), Ozyhar et al. (2013), Kránitz et al. (2014), Nadir et al. (2014) and Sotomayor (2015), for woods with densities and humidity contents similar to the ones determined in this study. Figure 3 presents a graphic comparison between the  $G_{LT}$  determined in these studies. In regards to the information on moduli of rigidity derived from static tests, Naruse (2003) used cut tests and determined the moduli of rigidity of *Fagus crenata* Blume wood with a density of  $740 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  and a humidity content of 8 %; his results were:  $G_{LR} = 980 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 637 \text{ MPa}$  and  $G_{RT} = 196 \text{ MPa}$ , where the sub-indexes indicate the planes formed by the radial (R), tangential (T) and longitudinal (L) directions of the wood. Yoshihara (2012b) used asymmetric bending tests in wood plaques of *Picea sitchensis* Carr. with a width of 0.006 m, a density of  $400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  and 12 % humidity, and determined a  $G_{LT}$  of 400 MPa. On the other hand, Nadir et al. (2014) used compression and cut tests and determined the moduli of rigidity of the *Hevea brasiliensis* Muell. Arg. wood with a density of  $605 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  and humidity of 10 %. The anisotropy relation for the different moduli was:  $G_{LR} = 1,070 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 1,008 \text{ MPa}$  and  $G_{RT} = 256 \text{ MPa}$ . Regarding the dynamic test data, Keunecke et al. (2007) used ultrasound and determined the moduli of rigidity for the *Taxus baccata* L. and *Picea abies* L. Karst. wood with densities of  $650 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  and  $400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , respectively, and humidity contents of 11 and 12 %, respectively. The results obtained in the *T. baccata* wood were:  $G_{LR} = 1,740 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 1,650 \text{ MPa}$ ,  $G_{RT} = 368 \text{ MPa}$ ; and in the case of *P. abies*:  $G_{LR} = 617 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 587 \text{ MPa}$  and  $G_{RT} = 53 \text{ MPa}$ . Ozyhar et al. (2013) also used ultrasound waves and determined the modulus

datos del módulo de rigidez para el plano longitudinal-tangencial reportados por Sotomayor (2015) provienen de ensayos donde emplearon barras con longitud de 0.5 m, sección transversal de  $0.05 \text{ m} \times 0.05 \text{ m}$ ; para especies con densidades en un intervalo de  $338 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  y  $1,147 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  y contenido de humedad de 11.5 %.

La frecuencia natural en vibraciones por torsión aumenta cuando la densidad de la madera incrementa. La frecuencia natural es un predictor del módulo de rigidez dinámico con una correlación de  $G_{LT} = 3.41\rho - 7,288$  y  $R^2 = 0.81$ . Los valores del  $G_{LT}$  de las siete especies mexicanas son similares a los módulos de rigidez para el plano longitudinal-tangencial determinados por los autores Naruse (2003), Keunecke et al. (2007), Yoshihara (2012b), Ozyhar et al. (2013), Kránitz et al. (2014), Nadir et al. (2014) y Sotomayor (2015), para maderas con densidades y contenidos de humedad similares a los determinados en el presente estudio. La Figura 3 presenta una comparación gráfica entre los  $G_{LT}$  determinados en dichos estudios. Respecto a la información sobre los módulos de rigidez derivados de pruebas estáticas, Naruse (2003) empleó pruebas en cortante y determinó los módulos de rigidez de madera de *Fagus crenata* Blume con densidad de  $740 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  y contenido de humedad de 8 %; sus resultados fueron:  $G_{LR} = 980 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 637 \text{ MPa}$  y  $G_{RT} = 196 \text{ MPa}$ , donde los subíndices indican los planos formados por las direcciones radial (R), tangencial (T) y longitudinal (L) de la madera. Yoshihara (2012b) empleó pruebas de flexión asimétrica en placas de madera de *Picea sitchensis* Carr. con espesor de 0.006 m, densidad de  $400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  y 12 % de humedad, y determinó un  $G_{LT}$  de 400 MPa. Por otro lado, Nadir et al. (2014) utilizaron pruebas de compresión cortante, determinaron módulos de rigidez de madera de *Hevea brasiliensis* Muell. Arg. con densidad de  $605 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  y humedad de 10 %. La relación de anisotropía para los diferentes módulos fue:  $G_{LR} = 1,070 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 1,008 \text{ MPa}$  y  $G_{RT} = 256 \text{ MPa}$ . Respecto a los datos de pruebas dinámicas, Keunecke et al. (2007) emplearon ultrasonido y determinaron módulos de rigidez para las maderas de *Taxus baccata* L. y *Picea abies* L. Karst. con densidades de  $650 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  y  $400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , respectivamente, y contenidos de humedad de 11 y 12 %, respectivamente. Los resultados obtenidos en la madera de *T. baccata* fueron:  $G_{LR} = 1,740 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 1,650 \text{ MPa}$ ,  $G_{RT} = 368 \text{ MPa}$ ; y en el caso de *P. abies*:  $G_{LR} = 617 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 587 \text{ MPa}$  y  $G_{RT} = 53 \text{ MPa}$ . También Ozyhar et al. (2013) utilizaron ondas de ultrasonido y determinaron el módulo de rigidez de madera *Fagus sylvatica* L. con densidad de  $689 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  y 9.6 % de humedad. Los módulos de rigidez obtenidos fueron:  $G_{LR} = 1,370 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 1,010 \text{ MPa}$  y  $G_{RT} = 430 \text{ MPa}$ . Por otra parte, Kránitz et al. (2014) emplearon ultrasonido para la determinación del módulo de elasticidad en madera de *P. abies* con densidad de  $465 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  y 12 % de humedad, y obtuvieron  $G_{LR} = 926 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 863 \text{ MPa}$  y  $G_{RT} = 107 \text{ MPa}$ .

of rigidity of *Fagus sylvatica* L. wood with a density of  $689 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  and 9.6 % humidity. The moduli of rigidity obtained were:  $G_{LR} = 1,370 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 1,010 \text{ MPa}$  and  $G_{RT} = 430 \text{ MPa}$ . On the other hand, Kránitz et al. (2014) used ultrasound for the determination of the modulus of elasticity of *P. abies* wood with a density of  $465 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  and 12 % humidity, and obtained  $G_{LR} = 926 \text{ MPa}$ ,  $G_{LT} = 863 \text{ MPa}$  and  $G_{RT} = 107 \text{ MPa}$ .

In this study, *E. cyclocarpum* presented the lowest value for the modulus of rigidity (695 MPa) and *T. chrysantha* presented the highest (2,807 MPa). The values of the moduli of rigidity fluctuated around the line of prediction proposed by the elastic model of wood ( $G_{LT} = 1,708\rho$ ) by Sotomayor-Castellanos and Hernández-Maldonado (2012).

### Conclusions

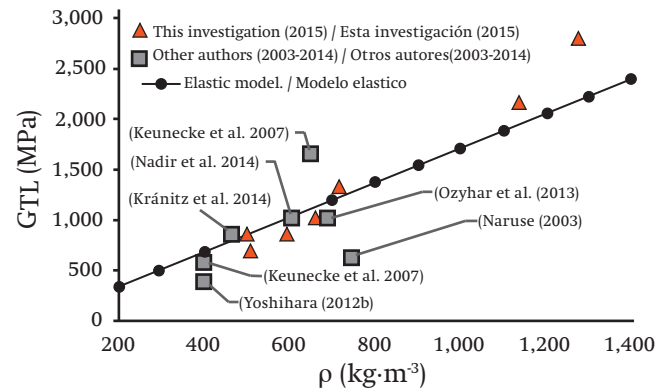
The modulus of rigidity for the longitudinal-tangential plane of the species studied, obtained from the torsional vibrations method, were proportional to the density of the wood and to the natural frequency of the test pieces. The magnitudes of the average values of the dynamic modulus of rigidity of the Mexican wood are similar to the results obtained by other investigators for foreign species and using different types of tests. The tests are fast and it is easy to locate the test pieces due to their small dimensions, in the orthotropic directions of the wood. This would facilitate the determination of the modulus of rigidity of the  $G_{LR}$  and  $G_{RT}$  planes by cutting the test pieces in the appropriate directions. The results, comparable with those of authors that use different configurations and requests, suggest that the method of torsional vibrations could be useful for the mechanical characterization of Mexican wood. The method requires few materials and the realization of the dynamic tests is quick, qualities that make this a low cost technique for the dynamic characterization of the mechanical behavior of wood.

### Acknowledgements

To I.T.M. Alfonso Cárdenas Palominos for the donation and preparation of the experimental material. To the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México, to the Consejo Estatal de Ciencia, Tecnología e Innovación de Michoacán and to the Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo for sponsoring the investigation.

End of English version

En el presente estudio, *E. cyclocarpum* presentó el valor menor del módulo de rigidez (695 MPa) y *T. chrysantha* presentó el mayor (2,807 MPa). Los valores de los módulos de rigidez fluctuaron alrededor de la recta de predicción propuesta por el modelo elástico de la madera ( $G_{LT} = 1,708\rho$ ) de Sotomayor-Castellanos y Hernández-Maldonado (2012).



**Figure 3. Dynamic modulus of rigidity in the longitudinal-tangential plane (GTL) in function of the density ( $\rho$ ) of the wood. Comparison of results between the elastic model of wood (Sotomayor-Castellanos & Hernández-Maldonado, 2012), information from this investigation (2015) and the results from other authors (2003-2014).**

**Figura 3. Módulos de rigidez dinámicos en el plano longitudinal-tangencial ( $G_{LT}$ ) en función de la densidad ( $\rho$ ) de la madera. Comparación en resultados entre el modelo elástico de la madera (Sotomayor-Castellanos & Hernández-Maldonado, 2012), datos de esta investigación (2015) y resultados de otros autores (2003-2014).**

### Conclusiones

Los módulos de rigidez para el plano longitudinal-tangencial de las especies estudiadas, obtenidos con el método de vibraciones en torsión, fueron proporcionales a la densidad de la madera y a la frecuencia natural de las probetas. Las magnitudes de los valores promedio de los módulos de rigidez dinámicos de las maderas mexicanas son similares a los resultados obtenidos por otros investigadores para especies extranjeras y utilizando diferentes tipos de ensayo. Las pruebas son rápidas y es fácil orientar las probetas, debido a sus pequeñas dimensiones, en las direcciones de ortotropía de la madera. Esto facilitaría la determinación de los módulos de rigidez en los planos  $G_{LR}$  y  $G_{RT}$  al recortar las probetas en las direcciones apropiadas. Los resultados, comparables con los de autores que emplean diversas configuraciones y solicitaciones, sugieren que el método de vibraciones por torsión puede ser de utilidad para



## References / Referencias

- Adamopoulos, S., & Passialis, C. (2010). Relationship of toughness and modulus of elasticity in static bending of small clear spruce wood specimens. *European Journal of Wood and Wood Products*, 68(1), 109-111. doi: 10.1007/s00107-009-0365-6
- American Society for Testing and Materials (ASTM International). (2001). ASTM E 1876-01. Standard test method for dynamic Young's modulus, shear modulus, and Poisson's ratio by impulse excitation of vibration. West Conshohocken, PA, USA: Author. doi: 10.1520/E1876-09
- American Society for Testing and Materials (ASTM International). (2014). ASTM C1259-14. Standard test method for dynamic Young's modulus, shear modulus, and Poisson's ratio for advanced ceramics by impulse excitation of vibration. West Conshohocken, PA, USA: Author. doi: 10.1520/C1259
- Brémaud, I., Gril, J., & Thibaut, B. (2011). Anisotropy of wood vibrational properties: Dependence on grain angle and review of literature data. *Wood Science and Technology*, 45(4), 735-754. doi: 10.1007/s00226-010-0393-8
- Gorišek, Ž., & Straže, A. (2013). Evaluation of material characteristics of xylite – Part 1. Influence of moisture content on some mechanical properties. *Drvna Industrija*, 64(4), 305-311. doi: 10.5552/drind.2013.1309
- Gutiérrez, P. H., & De la Vara, S. R. (2012). Análisis y diseño de experimentos (3a ed.). México: Mc Graw Hill.
- Hernández, R. E., Passarini, L., & Koubaa, A. (2014). Effects of temperature and moisture content on selected wood mechanical properties involved in the chipping process. *Wood Science and Technology*, 48(6), 1281-1301. doi:10.1007/s00226-014-0673-9
- International Organization for Standardization. (ISO). (2014). ISO 13061-1:2014. Wood-Determination of moisture content for physical and mechanical tests. ISO Catalog 79 Wood technology; 79.040. Wood, sawlogs and saw timber. Geneva, Switzerland: Author. Obtenido de [http://www.iso.org/iso/home/store/catalogue\\_ics/catalogue\\_detail\\_ics.htm?ic\\_s1=79&ics2=040&ics3=&csnumber=60069](http://www.iso.org/iso/home/store/catalogue_ics/catalogue_detail_ics.htm?ic_s1=79&ics2=040&ics3=&csnumber=60069)
- Keunecke, D., Sonderegger, W., Pereteanu, K., Lüthi, T., & Niemz, P. (2007). Determination of Young's and shear moduli of common yew and Norway spruce by means of ultrasonic waves. *Wood Science and Technology*, 41(4), 309-327. doi: 10.1007/s00226-006-0107-4
- Köhler, J., Sørensen, J. D., & Faber, M. H. (2007). Probabilistic modeling of timber structures. *Structural Safety*, 29(4), 255-267. doi:10.1016/j.strusafe.2006.07.007
- Kránitz, K., Deublein, M., & Niemz, P. (2014). Determination of dynamic elastic moduli and shear moduli of aged wood by means of ultrasonic devices. *Materials and Structures*, 47(6), 925-936. doi: 10.1617/s11527-013-0103-8
- Mackerle, J. (2005). Finite element analyses in wood research: A bibliography. *Wood Science and Technology*, 39(7), 579-600. doi: 10.1007/s00226-005-0026-9
- la caracterización mecánica de maderas mexicanas. El método requiere poco material y la realización de las pruebas dinámicas es rápida, cualidades que lo perfilan como una técnica de bajo costo para la caracterización dinámica del comportamiento mecánico de la madera.

## Agradecimientos

Al I. T. M. Alfonso Cárdenas Palominos por la donación y preparación del material experimental. Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México, al Consejo Estatal de Ciencia, Tecnología e Innovación de Michoacán y a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por patrocinar la investigación.

## Fin de la versión en español

Nadir, Y., Nagarajan, P., & Midhun, A. J. (2014). Measuring elastic constants of *Hevea brasiliensis* using compression and Iosipescu shear test. *European Journal of Wood and Wood Products*, 72(6), 749-758. doi:10.1007/s00107-014-0842-4

Naruse, K. (2003). Estimation of shear moduli of wood by quasi-simple shear tests. *Journal of Wood Science*, 49(6), 479-484. doi: 10.1007/s10086-003-0515-0

Olsson, A., & Källsner, B. (2013). Shear modulus of structural timber evaluated by means of dynamic excitation and FE analysis. *Materials and Structures*, 48(4), 977-985. doi: 10.1617/s11527-013-0208-0

Ozyhar, T., Hering, S., Sanabria, S. J., & Niemz, P. (2013). Determining moisture-dependent elastic characteristics of beech wood by means of ultrasonic waves. *Wood Science and Technology*, 47(2), 329-341. doi: 10.1007/s00226-012-0499-2

Sotomayor, C. J. R. (2015). *Banco FITECMA de características físico-mecánicas de maderas mexicanas*. Morelia, Michoacán, México: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. doi: 10.13140/RG.2.1.3497.4884

Sotomayor-Castellanos, J. R., Guridi-Gómez, L. I., & García-Moreno, T. (2010). Características acústicas de la madera de 152 especies mexicanas. Velocidad del ultrasonido, módulo de elasticidad, índice material y factor de calidad. Base de datos. *Investigación e Ingeniería de la Madera*, 6(1), 3-32. Obtenido de [https://www.researchgate.net/publication/261064568\\_Investigacion\\_e\\_Ingenieria\\_de\\_la\\_Madera\\_2010\\_Vol\\_6\\_No\\_1](https://www.researchgate.net/publication/261064568_Investigacion_e_Ingenieria_de_la_Madera_2010_Vol_6_No_1)

Sotomayor-Castellanos, J. R., & Hernández-Maldonado, S. A. (2012). Características elásticas de maderas mexicanas. *Investigación e Ingeniería de la Madera*, 8(2), 3-78. Obtenido de [http://www.researchgate.net/publication/261064509\\_Investigacion\\_e\\_Ingenieria\\_de\\_la\\_Madera\\_2012\\_Vol\\_8\\_No\\_2](http://www.researchgate.net/publication/261064509_Investigacion_e_Ingenieria_de_la_Madera_2012_Vol_8_No_2)

Statpoint Technologies, Inc. (2006). Statgraphics® Centurion XV. Warrenton, Virginia, USA: Author.

- Tankut, N., Tankut, A. N., & Zor, M. (2014). Finite element analysis of wood materials. *Drvna Industrija*, 65(2), 159-171. doi: 10.5552/drind.2014.1254
- Tiryaki, S., & Hamzaçebi, C. (2014). Predicting modulus of rupture (MOR) and modulus of elasticity (MOE) of heat treated woods by artificial neural networks. *Measurement*, 49, 266-274. doi: 10.1016/j.measurement.2013.12.004
- Yoshihara, H. (2012a). Off-axis Young's modulus and off-axis shear modulus of wood measured by flexural vibration tests. *Holzforschung*, 66(2), 207-213. doi: 10.1515/HF.2011.118
- Yoshihara, H. (2012b). Shear modulus and shear strength evaluation of solid wood by a modified ISO 15310 square-plate twist method. *Drvna Industrija*, 63(1), 51-55. doi: 10.5552/drind.2012.1125