

# EVALUACIÓN DE PROCEDIMIENTOS DE AJUSTE ÓPTIMO DE TODOS LOS PARÁMETROS DE WEIBULL 3P PARA MODELAR LA ESTRUCTURA HORIZONTAL EN PLANTACIONES DE *Pinus taeda*.

O. S. Vallejos-Barra<sup>1</sup>; D. Aedo-Ortiz<sup>2</sup>;  
P. N. Izquierdo-Ossandon<sup>3</sup>; M. A. Vásquez-Sandoval<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Ingeniero Forestal, Dr. Profesor asistente de la Facultad de Ciencias Forestales,  
Universidad de Talca. 2 Norte 685, Talca, Chile.  
Correo-e: ovallejo@utalca.cl

<sup>2</sup>Ingeniero Forestal, Ph. D. Profesor asistente de la Facultad de Ciencias Forestales,  
Universidad de Talca. 2 Norte 685, Talca, Chile.  
Correo-e: daedo@utalca.cl

<sup>3</sup>Estudiante de Ingeniería Forestal, Facultad de Ciencias Forestales,  
Universidad de Talca. 2 Norte 685, Talca, Chile.  
Correo-e: paulaizq@gmail.com

<sup>4</sup>Ingeniero Civil en Industrias Forestales, M. Sc. Profesora asistente de la  
Facultad de Ciencias Forestales, Universidad de Talca. 2 Norte 685, Talca, Chile.  
Correo-e: mvasquez@utalca.cl

## RESUMEN

Se generó un conjunto de procedimientos de cálculo que permitieran estimar los tres parámetros de la función de densidad de probabilidad Weibull 3P. Además, se estimaron y evaluaron los parámetros óptimos de esta función mediante los procedimientos de cálculo desarrollados, para modelar los diámetros a la altura del pecho de árboles de *Pinus taeda*. Los árboles fueron medidos durante ocho años en seis parcelas para cada una de las cinco densidades de plantación consideradas. Los parámetros de la Weibull 3P fueron estimados por cuatro métodos alternativos: máxima verosimilitud, momentos, percentiles e híbrido. Los procedimientos de optimización buscaban minimizar tanto el índice de error como los estadísticos de las pruebas de bondad de ajuste: Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Kuiper, Cramer-Von Mises y Watson.

Cuatro fueron los resultados principales de esta investigación. Primero, los métodos de estimación de parámetros y la edad de plantación afectaron el valor del parámetro de localización. Segundo, 45 % de los valores del parámetro de localización fueron negativos. En estos casos, se encontró una relación lineal altamente significativa entre los parámetros de localización, de escala y forma. Entonces, el efecto de un valor del parámetro de localización negativo fue compensado por el valor de los otros parámetros. Tercero, el método de percentiles y de máxima verosimilitud producen el menor y mayor valor del parámetro de localización, respectivamente. Cuarto, la mayor exactitud en el ajuste se logró con los métodos de estimación de parámetros de los percentiles y de los momentos. La mayor exactitud en el ajuste de la prueba Anderson-Darling se asoció al método de los momentos y el resto de las pruebas de bondad de ajuste con el método de los percentiles.

**PALABRAS CLAVE:** estructura horizontal, métodos de estimación de parámetros, Weibull 3P.

## EVALUATION OF WEIBULL 3P OPTIMAL ALL-PARAMETERS ADJUSTMENT PROCEDURES FOR HORIZONTAL STRUCTURE MODELING IN *Pinus taeda* PLANTATIONS

### SUMMARY

A set of calculation procedures for estimating the three parameters of the Weibull 3P probability density function was generated, including the location parameter. The optimal parameters of the Weibull 3P probability density function for modeling the diameters at

breast height in different times at different densities of *Pinus taeda* plantations calculated by the generated procedures were evaluated. Yearly, during eight years, six plots for each of the five plantation densities were measured. Weibull 3P parameters were estimated by four alternative methods: the maximum likelihood, the moments, the percentiles and the hybrid. The optimization procedures looked for minimizing not only the error index but also the Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Kuiper, Cramer-Von Mises and Watson goodness-of-fit statistics.

The main findings of this research were four. First, the parameter estimation method and the plantation age affect the location parameter value. Second, 45% of the calculated location parameter values were negative. In these cases, a highly significant linear relationship was found between location, scale and shape parameters. Then, the effect of a negative location parameter value was compensated by the other parameter values. Third, the percentiles and the maximum verisimilitude methods produced the smallest and largest location parameter values, respectively. Fourth, the percentiles and moments parameter estimation methods had the best adjustment accuracy. Anderson-Darling goodness-of-fit test was associated with the moments' method and the rest of goodness-of-fit tests was associated with the percentiles method for better adjustment accuracy.

**KEYS WORD:** horizontal structure, parameter estimation method, Weibull 3P

## INTRODUCCIÓN

Los modelos de producción por clase diamétrica se basan en la aplicación de funciones de densidad de probabilidad (fdp) para la representación de la distribución del diámetro a la altura del pecho (DAP) de los árboles muestreados. Según Borders *et al.*, (1987), la distribución Weibull de tres parámetros [1] ha sido ampliamente usada por ser flexible y poseer integral definida [2]. Liu *et al.*, (2004) y Mehtätalo (2004) añaden a las características señaladas anteriormente una tercera, la relativa facilidad para estimar sus parámetros.

$$f(DAP) = \frac{c}{b} * \left( \frac{DAP - a}{b} \right)^{c-1} * \exp \left( - \left( \frac{DAP - a}{b} \right)^c \right) \quad [1]$$

$$F(DAP) = 1 - \exp \left( - \left( \frac{DAP - a}{b} \right)^c \right) \quad [2]$$

Donde a, b y c son parámetros de localización, escala y forma respectivamente.

Para estimar los parámetros de esta fdp se han descrito diversos métodos de estimación, algunos de los cuales se presentan en el Cuadro 1.

Donde i varía entre 1 y n (desde el menor al mayor valor del DAP), n es la cantidad total de observaciones,  $DAP_i$  es el dato i-ésimo de DAP,  $DAP_q$  es la media cuadrática del DAP,  $\overline{DAP}$  es la media aritmética del DAP,  $\Gamma_i$  es la función gamma de  $\Gamma_{(1+i/c)}$ ,  $DAP_{93}$  es el valor del DAP al percentil 93,  $x_j$  es  $\ln(-\ln(1-j/10))$  e  $y_j$  es  $\ln(DAP_j)$ , siendo j = 10, 20, ..., 80, 90 percentiles.

Para comparar la exactitud de estos métodos se recurre a pruebas de bondad de ajuste; seleccionando el método que obtenga el menor valor del estadístico asociado a la prueba. Frecuentemente se utiliza la prueba de Kolmogorov-

Smirnov (Cuadro 2), prueba que define su estadístico con base en la máxima distancia entre probabilidades acumuladas observadas y estimadas. Esta prueba es más sensible a diferencias en valores centrales que extremos del rango de la variable aleatoria analizada. En cambio la prueba de Anderson-Darling da mayor relevancia a las diferencias en los extremos de las probabilidades acumuladas. Según Evans *et al.*, (1989) la prueba de Anderson-Darling es más potente que la de Kolmogorov-Smirnov al utilizar la fdp Weibull 3P. Otras pruebas de bondad de ajuste incorporadas en programas estadísticos son las de Kuiper, Cramer-Von Mises y Watson, pero éstas no han sido comúnmente usadas en el área forestal.,

Donde i varía entre 1 y n (desde el menor al mayor valor del DAP),  $F(DAP_i)$  que corresponde a la frecuencia relativa acumulada hasta el i-ésimo valor del DAP y  $\overline{F(DAP)}$  es el promedio de los  $F(DAP)$ .

Otra alternativa de comparación es utilizar el índice de error [3], propuesto por Reynolds *et al.*, (1988), que indica la cantidad de árboles erróneamente estimados por defecto o exceso en las clases diamétricas. Al igual que las pruebas de bondad de ajuste, el método de estimación de parámetros más destacado presentará el menor índice de error.

$$\text{Índice de error (IE)} = \sum_{j=1}^k |n_j - \hat{n}_j| \quad [3]$$

Donde  $n_j$  y  $\hat{n}_j$  son el número de árboles medidos y estimados respectivamente en la clase diamétrica j y k es el total de clases diamétricas.

Para estimar la probabilidad acumulada  $F(DAP)$  se requiere contar con valores conocidos para los tres parámetros de la distribución Weibull 3P. Sin embargo, los métodos de estimación (Cuadro 1) sólo consideran fórmulas para el cálculo de los parámetros de escala y forma, debiéndose asumir un valor para el parámetro de localización. Este parámetro ha sido considerado como un porcentaje del DAP mínimo; frecuentemente se ha utilizado

CUADRO 1. Estimación de los parámetros de la función de densidad de probabilidad Weibull 3P según autor y método.

| Método y autor                                    | Expresión   |
|---|---|
| Híbrido(Cao, 2004)                                | $b = \frac{DAP_{93} - a}{(-\ln(1 - 0,93))^{1/c}}$ $a^2 - DAP_q^2 + 2 * a * \frac{(DAP_{93} - a) * \Gamma_1}{(-\ln(1 - 0,93))^{1/c}} + \frac{(DAP_{93} - a)^2 * \Gamma_2}{(-\ln(1 - 0,93))^{2/c}} = 0$   |
| Máxima verosimilitud(Johnson <i>et al.</i> ,1994) | $b = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (DAP_i - a)^c}{n} \right)^{1/c}$ $\frac{1}{c} = \frac{\sum_{i=1}^n (DAP_i - a)^c * \ln(DAP_i - a)}{\sum_{i=1}^n (DAP_i - a)^c} - \frac{\sum_{i=1}^n (DAP_i - a)}{n}$ $(c - 1) * \sum_{i=1}^n \frac{1}{(DAP_i - a)} = \frac{c}{b^c} * \sum_{i=1}^n (DAP_i - a)^{c-1}$ |
| Momentos (Cao, 2004)                              | $b = \frac{\overline{(DAP - a)}}{\Gamma_1}$ $DAP_q^2 + a^2 - 2 * a * \overline{DAP} - b^2 * \Gamma_2 = 0$   |
| Percentiles Scolforo (1998)                       | $c = \frac{\sum_{i=1}^n x_j^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_j)^2}{n}}{\sum_{i=1}^n x_j * y_j - \frac{\sum_{i=1}^n x_j * \sum_{i=1}^n y_j}{n}}$ $b = \exp \left( \frac{\sum_{i=1}^n y_j}{n} - \frac{1}{c} * \frac{\sum_{i=1}^n x_j}{n} \right)$  |

CUADRO 2. Descripción de las pruebas de bondad de ajuste.

| Test de bondad de ajuste | Expresión  |
|--------------------------|--|
| Kolmogorov-Smirnov       | $D_n = \max \left( \max \left( \frac{i}{n} - F(DAP_i) \right); \max \left( F(DAP_i) - \frac{i-1}{n} \right) \right)$ |
| Anderson-Darling         | $A^2 = -n - \frac{\sum_{i=1}^n (2 * i - 1) * \ln(F(DAP_i)) + (2 * n + 1 - 2 * i) * \ln(1 - F(DAP_i))}{n}$            |
| Kuiper                   | $V = \max \left( \frac{i}{n} - F(DAP_i) \right) + \max \left( F(DAP_i) - \frac{i-1}{n} \right)$                      |
| Cramer-Von Mises         | $W^2 = \sum_{i=1}^n \left( F(DAP_i) - \frac{2 * i - 1}{2 * n} \right)^2 + \frac{1}{12 * n}$                          |
| Watson                   | $U^2 = W^2 - n * (\overline{F(DAP)} - 0,5)^2$  |

el valor 0.50 (Hawkins *et al.*, 1988; Liu *et al.*, 2004). En otras oportunidades los porcentajes asumidos han sido: 0.33; 0.66 y 1.00 (Liu *et al.*, 2004). Nepal y Somers (1992) consideran el límite inferior de la primera clase diamétrica como el parámetro de localización. Zhang *et al.*, (2003), proponen que este parámetro sea igual a la diferencia entre el DAP mínimo y una constante, postulándose como potenciales valores para esta constante: 0.5; 1.0; 1.5 y 2.0 cm. Otra propuesta es utilizar la fórmula de Bailey *et al.*, (1989), citada por Cao (2004), siendo ésta:  $(n^{1/3} * DAP_{\text{mínimo}} - DAP_{50}) / (n^{1/3} - 1)$ , si el resultado es negativo se asume que el parámetro de localización es igual a cero (Knowe *et al.*, 1997).

Con el afán de evitar el uso de valores supuestos para el parámetro de localización, Vallejos (2003) ajustó la distribución Weibull 3P de manera óptima. La propuesta metodológica se describe en Vallejos *et al.*, (2004), donde a través de un proceso iterativo de búsqueda binaria usando el algoritmo Newton-Raphson, se calcularon los tres parámetros que minimizaron el estadístico  $D_n$  de la prueba de Kolmogorov-Smirnov. Recientemente Chen (2006) y Vallejos (2007) ajustaron la fdp Lognormal de tres parámetros de manera óptima, utilizando también el algoritmo Newton-Raphson.

La presente investigación es una ampliación de la propuesta de Vallejos (2004), considerando las restantes pruebas de bondad de ajuste (Cuadro 2) y el índice de error. Además se modificó la restricción asociada al parámetro de localización, ya que este puede ser menor o igual que el límite inferior de la primera clase diamétrica. Se introdujo esta modificación por la incorporación del índice de error que trabaja con clases diamétricas y porque matemáticamente es posible obtener resultados negativos del parámetro de localización. La estructura de esta investigación se presenta en la expresión [4], donde el cálculo del parámetro de escala y de forma dependerá del método de estimación de parámetros seleccionado (Cuadro 1).

Función objetivo: Minimizar los estadísticos de los test de bondad de ajuste y el índice de error [4]

Sujeto a: a < límite inferior de la primera clase diamétrica, considerando amplitudes de clase de 1 cm

b y c > 0

El objetivo de esta investigación fue determinar los factores que influyen tanto en el cálculo del parámetro de localización como en la exactitud del ajuste de la fdp Weibull 3P. Los factores considerados fueron los métodos de estimación de parámetros (Cuadro 1), las pruebas de bondad de ajuste (Cuadro 2) incluyendo el índice de error (expresión 3), la densidad de plantación y la edad de los árboles.

## MATERIALES Y MÉTODOS

Los datos provienen de un ensayo de cinco densidades de plantación (3333, 2000, 1428, 1111 y 909 árboles-ha<sup>-1</sup>) de *Pinus taeda* L, establecido el año 1987 en la hacienda Lageado, del Municipio de Jaguariaíva, Estado de Paraná, Brasil (latitud 24° 18' 45" S y longitud 49° 41' 15" O). En cada densidad de plantación se establecieron seis parcelas que fueron medidas a los 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 12 años de edad (30 parcelas remedidas en 8 oportunidades origina un total de 240 parcelas). En cada ocasión se registró el DAP de todos los árboles de las parcelas utilizando una cinta diamétrica con precisión al mm.

La descripción diamétrica de las parcelas se presenta en el Cuadro 3, donde se observa que los árboles crecieron con el transcurso del tiempo, originando un incremento en el DAP mínimo y máximo. Este incremento diamétrico también se observó al disminuir el número de árboles-ha<sup>-1</sup>, exceptuando las densidades intermedias (1428 y 1111 árboles ha<sup>-1</sup>) donde el DAP mínimo presentó valores inferiores a las restantes densidades.

En cada una de las 240 parcelas, se minimizó por separado el estadístico asociado a cada una de las cinco pruebas de bondad de ajuste más el índice de error, considerando los cuatro métodos de estimación de parámetros (5760 procesos de minimización). La minimización se llevó a cabo usando el complemento Weibullfit.xla, programa de Visual Basic for Applications de Microsoft Excelâ desarrollado por el autor principal de esta investigación. Weibullfit.xla interactúa con el complemento Solver.xla para producir la minimización solicitada y adicionalmente calcula las restantes pruebas de bondad de ajuste y el índice de error.

Las respuestas a los dos objetivos planteados, determinar los factores que influyen tanto en el cálculo del parámetro de localización como en la exactitud del ajuste de la fdp Weibull 3P, se obtuvieron mediante análisis de varianzas completamente aleatorios, utilizando el software Statgraphics Centurion XV versión 15.2. En ambos casos, los supuestos del análisis de varianza no se cumplieron, aún aplicando las transformaciones recomendadas por Kirk (1995). En virtud de esto, se utilizaron análisis de varianzas no paramétricos de Kruskal-Wallis. Al evidenciar diferencias estadísticamente significativas entre las fuentes de variación, se recurrió a las pruebas de rangos múltiples descritas por Conover (1999). Se analizaron cada una de las fuentes de variación primarias (los métodos de estimación de parámetros, las pruebas de bondad de ajuste e índice de error, las densidades de plantación y las edades) y la combinación general entre ellas. El análisis se hizo por separado, ya que la prueba de Kruskal-Wallis se aplica a cada fuente de variación primaria o posible combinación de éstas.

CUADRO 3. Descripción diamétrica de las parcelas según densidad de plantación y edad.

| Edad (años) | Densidad de plantación (árboles-ha <sup>-1</sup> ) |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |
|-------------|--|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|             | 3333   |                    | 2000               |                    | 1428               |                    | 1111               |                    | 909                |                    |
|             | DAP <sub>min</sub>                                 | DAP <sub>máx</sub> | DAP <sub>min</sub> | DAP <sub>máx</sub> | DAP <sub>min</sub> | DAP <sub>máx</sub> | DAP <sub>min</sub> | DAP <sub>máx</sub> | DAP <sub>min</sub> | DAP <sub>máx</sub> |
| 4           | 3.0  | 11.8               | 3.7                | 11.9               | 2.7                | 12.3               | 1.3                | 12.3               | 3.3                | 12.6               |
| 5           | 4.5  | 14.8               | 5.1                | 15.6               | 4.0                | 15.9               | 2.6                | 15.8               | 6.4                | 17.4               |
| 6           | 4.8  | 17.8               | 5.7                | 18.8               | 4.5                | 19.1               | 2.6                | 20.1               | 8.0                | 22.0               |
| 7           | 4.8  | 19.4               | 5.7                | 20.7               | 4.5                | 21.3               | 3.8                | 22.3               | 8.0                | 24.8               |
| 8           | 5.1  | 21.0               | 5.7                | 21.7               | 4.5                | 22.9               | 4.1                | 23.9               | 8.3                | 26.7               |
| 9           | 5.1  | 22.6               | 7.6                | 23.6               | 4.8                | 24.8               | 6.4                | 26.4               | 8.3                | 28.3               |
| 10          | 6.4  | 23.6               | 7.6                | 24.8               | 5.3                | 26.4               | 6.7                | 29.0               | 8.3                | 29.9               |
| 12          | 7.0  | 25.8               | 8.6                | 28.3               | 6.5                | 29.1               | 7.0                | 32.2               | 10.0               | 30.9               |

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Al ejecutar los 5760 procesos de minimización se evidenció que el 45, el 3 y el 52 por ciento de los casos los parámetros de localización correspondieron a valores menores que cero ( $a < 0$ ), iguales a cero ( $a = 0$ ) y mayores a cero ( $a > 0$ ), respectivamente. Este resultado muestra la inconveniencia de utilizar valores prefijados para este parámetro, ya que cada conjunto de datos tiene asociado un valor del parámetro de localización específico.

El valor mínimo del parámetro de localización calculado fue de -433 millones. Llama la atención la magnitud de este valor, así como el porcentaje con valores negativos. Sin embargo, en estos casos se aprecia una relación lineal altamente significativa del parámetro de localización con los otros parámetros (Figura 1A). El posible efecto de un parámetro de localización negativo muy reducido se ve compensado con los valores que toman los parámetros de escala y de forma. La relación con el parámetro de escala fue casi perfecta ( $R^2 \approx 1.00$ ), en tanto que con el parámetro de forma se presenta mayor dispersión ( $R^2 = 0.92$ ). Cuando este parámetro fue mayor o igual que cero (Figura 1B) mantuvo la tendencia observada en el caso de ser negativo, pero manifiestamente con mayor dispersión. Los coeficientes de determinación fueron altamente significativos, pero sólo

alcanzaron valores de 0.08 y 0.36 para el parámetro de escala y forma respectivamente.

Al analizar el Cuadro 4 se comprueba que las fuentes de variación primarias influyeron en el cálculo del parámetro de localización ( $P < 0.05$ ). De igual modo la combinación de los factores primarios evidenció diferencias estadísticamente significativas en todos los casos. La excepción se observó en las pruebas de bondad de ajuste e índice de error cuyas diferencias en el valor del parámetro de localización no fueron estadísticamente significativas ( $P > 0.05$ ).

El menor parámetro se presentó al minimizar la prueba de bondad de ajuste de Watson y obtener los parámetros con el método de estimación de parámetros de los percentiles, para una densidad de 1111 árboles-ha<sup>-1</sup> a una edad de siete años. El mayor parámetro se alcanzó al minimizar la prueba de bondad de ajuste de Kuiper, calculando los parámetros con el método de los momentos, para una densidad de 909 árboles-ha<sup>-1</sup> a una edad de 12 años.

La densidad de plantación 1111 árboles-ha<sup>-1</sup> presentó diferencias estadísticamente significativas con las restantes densidades de plantación. Al excluir esta densidad del

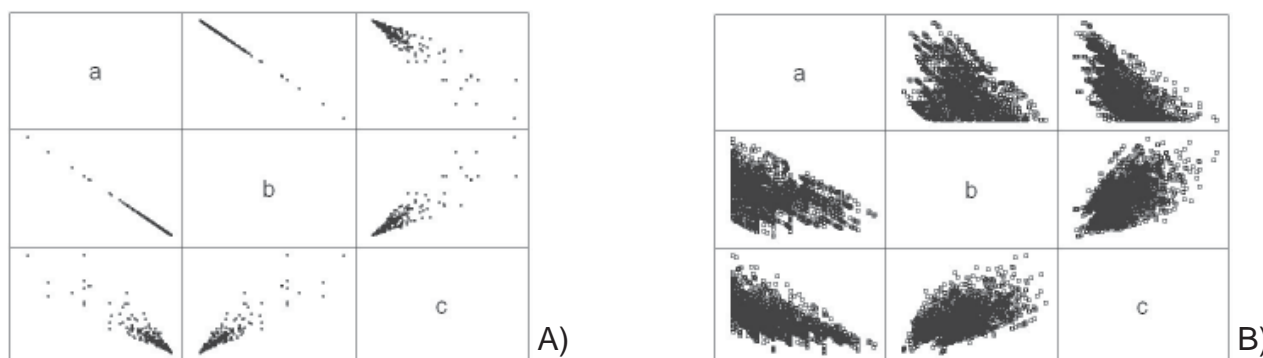


FIGURA 1. Relación entre los parámetros de la fdp Weibull 3P A) parámetro de localización negativo y B) parámetro de localización positivo o cero.



CUADRO 4. Prueba de rangos múltiples Kruskal-Wallis del parámetro de localización según fuente de variación primaria.

| Fuente de variación primaria                  | 1Grupos homogéneos   |   | Fuente de variación primaria                       | 1Grupos homogéneos |   |   |
|---|----------------------|---|--|--------------------|---|---|
| Métodos de estimación                         | Híbrido              | b | Densidad de plantación (árboles ha <sup>-1</sup> ) | 3333               | b |   |
|   | Máxima verosimilitud | b |  | 2000               | b |   |
|   | Momentos             | b |  | 1428               | b |   |
|   | Percentiles          | a |  | 1111               | a |   |
|   |                      |   |  | 909                | b |   |
| Pruebas de bondad de ajuste e índice de error | Kolmogorov-Smirnov   | a | Edad (años)  | 4                  | a |   |
|   | Anderson-Darling     | a |  | 5                  | a |   |
|   | Kuiper               | a |  | 6                  | a |   |
|   | Cramer-Von Mises     | a |  | 7                  | a | b |
|   | Watson               | a |  | 8                  | a | b |
|   | Índice de error      | a |  | 9                  | a | b |
|   |                      |   |  | 10                 | b |   |
| 12  |                      |   | b  |                    |   |   |

<sup>1</sup>Las fuentes de variación con letras iguales no presentan diferencias significativas ( $P < 0.05$ ). Un ascenso en las letras del abecedario indica un aumento de valor del parámetro de localización.

análisis, no se evidencian estas diferencias para el parámetro de localización, de modo que por tratarse de una densidad intermedia, el resultado obtenido obedece a una fuente de variación inexplicada, cuya causa probable podría deberse a heterogeneidad del material genético utilizado en la plantación, una técnica deficiente de plantación o un sitio disímil en relación a las otras densidades consideradas.

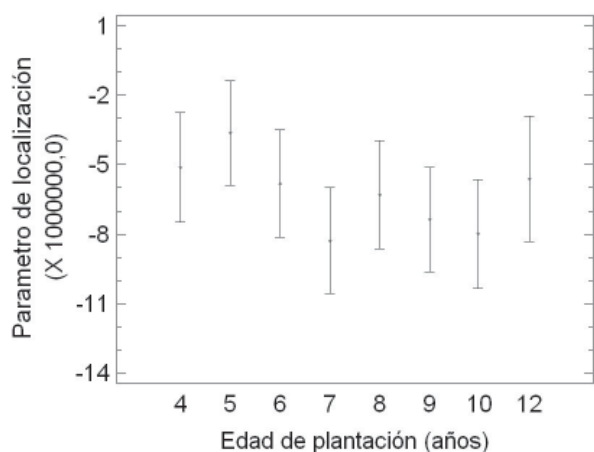
Cuando el valor del parámetro de localización fue negativo, no se apreció una relación con la edad de los árboles (Figura 2A). En cambio, cuando el valor del parámetro fue positivo (Figura 2B), este aumentó progresivamente con el transcurso del tiempo, ya que el crecimiento de los árboles origina un crecimiento de los diámetros mínimos.

Se comprobó que las fuentes de variación primarias y su combinación produjeron diferencias en la exactitud del ajuste, ya que en todos los casos hubo diferencias estadísticamente significativas ( $P < 0.05$ ). En el Cuadro 5, se observa el resultado de la prueba de rangos múltiples

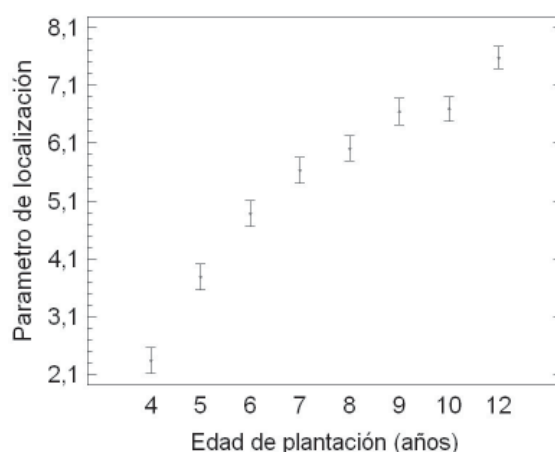
descrito por Conover (1999) para el análisis de varianza de Kruskal-Wallis.

El método de los percentiles fue el método de estimación de parámetros con mayor grado de exactitud en el ajuste. La excepción se presentó cuando se minimizó el estadístico de la prueba de Anderson-Darling, donde el método de los momentos fue el más destacado. Cabe hacer notar que el método de los momentos siempre estuvo compartiendo el primer o segundo lugar, dependiendo de la minimización realizada. En cambio, el método de máxima verosimilitud siempre estuvo en las últimas posiciones.

Vallejos (2003) también observó que el método de los percentiles produjo el mayor grado de exactitud en el ajuste; sin embargo, en esa investigación las diferencias numéricas no se transformaron en diferencias estadísticamente significativas ( $P > 0.05$ ), como sí ocurre en el presente estudio. Probablemente Vallejos (2003) no detectó diferencias estadísticas, ya que trabajó con híbridos del género *Populus* cuya variación diamétrica es inferior a la considerada en este estudio.



A)



B)

FIGURA 2. Relación del parámetro de localización promedio con la edad de plantación A) parámetro de localización negativo y B) parámetro de localización positivo o cero.

**CUADRO 5. Prueba de rangos múltiples Kruskal-Wallis de las pruebas de bondad de ajuste e índice de error según fuente de variación primaria.**

| Fuente de variación primaria                       |                      | <sup>2</sup> Grupos homogéneos |                |     |                |                |     |
|--|----------------------|--------------------------------|----------------|-----|----------------|----------------|-----|
|  |                      | D <sub>n</sub>                 | A <sup>2</sup> | V   | W <sup>2</sup> | U <sup>2</sup> | IE  |
| Métodos de estimación                              | Híbrido              | b                              | c              | b   | b              | b              | a   |
|  | Máxima verosimilitud | c                              | b              | c   | c              | c              | b   |
|  | Momentos             | b                              | a b            | b   | b              | a              |     |
|  | Percentiles          | a                              | c              | a   | a              | a              | a   |
| Pruebas de bondad de ajuste e índice de error      | Kolmogorov-Smirnov   | a                              | b c            | a b | a              | a b            | b   |
|  | Anderson-Darling     | b                              | a              | a b | a              | a b            | b   |
|  | Kuiper               | b                              | c d            | a   | a              | a b            | b   |
|  | Cramer-Von Mises     | b                              | a b            | a b | a              | a              | b   |
|  | Watson               | b                              | a b            | a b | a              | a              | b   |
|  | Índice de error      | c                              |                | d b | b              | b              | a   |
| Densidad de plantación (árboles ha <sup>-1</sup> ) | 3333                 | a                              | c              | a   | b              | b              | d   |
|  | 2000                 | c                              | a              | b   | a              | a              | a   |
|  | 1428                 | b                              | b              | b   | a              | a              | b   |
|  | 1111                 | c                              | c              | c   | b              | b              | c   |
|  | 909                  | d                              | b              | c   | a              | a              | b   |
| Edad (años)  | 4                    | d                              | d              | c   | d              | d              | a   |
|  | 5                    | b c                            | c              | b   | b              | b c            | b   |
|  | 6                    | c                              | c              | b   | c              | c              | b   |
|  | 7                    | b                              | c              | b   | b              | b              | b   |
|  | 8                    | c                              | c              | b   | b              | b c            | b c |
|  | 9                    | a                              | b c            | a   | a              | a              | c d |
|  | 10                   | a                              | b              | a   | a              | a              | d   |
|  | 12                   | a                              | a              | a   | a              | a              | d   |

<sup>2</sup>Las fuentes de variación con letras iguales no presentan diferencias significativas ( $P < 0.05$ ). Un ascenso en las letras del abecedario indica un aumento del estadístico de las pruebas de bondad de ajuste o del índice de error.

La propuesta metodológica es consistente toda vez que en cada minimización se aseguró la obtención del valor mínimo del respectivo estadístico de las pruebas de bondad de ajuste o índice de error según corresponda.

La densidad de plantación tuvo un comportamiento errático en torno a la minimización, ya que dependiendo de la prueba de bondad de ajuste o índice de error, se obtuvieron diversos resultados. Por ejemplo, al considerar las pruebas de Kolmogorov-Smirnov y Kuiper la mayor densidad de plantación (3333 árboles-ha<sup>-1</sup>) presentó el mayor grado de exactitud en el ajuste. En las restantes pruebas y en el índice de error, esta densidad quedó relegada a las últimas posiciones.

Al aumentar la edad de la plantación se obtuvo un mayor grado de exactitud en el ajuste. En una plantación la estructura horizontal en edades inferiores tiende a ser uniforme, y a medida que transcurre el tiempo la competencia entre los árboles modifica esta uniformidad, permitiendo que la fdp Weibull represente mejor dicha estructura. Lo contrario sucedió con el índice de error, porque a menor edad de la plantación se reduce la cantidad de clases diamétricas, requeridas en el cálculo de este índice.

## CONCLUSIONES

El valor del parámetro de localización de la fdp Weibull 3P dependió del método de estimación de parámetros utilizado. El método de los percentiles originó los menores valores del parámetro de localización. También la edad de plantación influyó en el parámetro de localización, a medida que ésta aumentó lo hizo de igual modo el valor del parámetro.

Los métodos de estimación de parámetros influyeron en el grado de exactitud en el ajuste de la fdp Weibull 3P. El método de los percentiles fue el mejor método de estimación de parámetros, exceptuando la minimización de la prueba de Anderson-Darling donde el método de los momentos es el recomendado.

## LITERATURA CITADA

- BORDERS, B.; SOUTER, R.; BAILEY, R.; WARE, K. 1987. Percentile-based distributions characterize forest stand tables. *Forest Science*, Bethesda, 33(2): 570-576.
- CAO, Q. 2004. Predicting parameters of a Weibull function for modeling diameter distribution. *Forest Science*, Bethesda, 50(5): 682-685.

- CHEN, C. 2006. Test of fit the three-parameter lognormal distribution. *Computational Statistics & Data Analysis*, Amsterdam, n. 50: 1418-1440.
- CONOVER, W. 1999. *Practical nonparametric statistics*. Tercera edición, New York: John Wiley & Sons Inc., 584 p.
- EVANS, J.; JOHNSON, R.; GREEN, D. 1989. Two- and three-parameter Weibull goodness-of-fit tests. Madison: U.S.D.A., Forest Service, Forest Products Laboratory, 27 p. (Res. Pap. FPL-RP-493).
- HAWKINS, K.; HOTVEDT, J.; CAO, Q.; JACKSON, B. 1988. Using the Weibull distribution to model harvesting machine productivity. *Forest Products Journal*, Madison, 38(4): 59- 65.
- JOHNSON, N.; KOTZ, S.; BALAKRISNAN, N. 1994. *Continuous Univariate Distributions*. Segunda Edición, New York: John Wiley & Sons, Inc., 756 p. (Volume 1).
- KIRK, R. 1995. *Experimental design: procedures for the behavioral sciences*. Tercera edición, Pacific Grove: Brooks/Cole Publishing Company and International Thompson Publishing Company, 921 p.
- KNOWE, S.; AHRENS, G.; DEBELL, D. 1997. Comparison of diameter-distribution-prediction, stand-table-projection, and individual-tree-growth modeling approaches for young red alder plantations. *Forest Ecology and Management*, Amsterdam, n. 98: 49-60.
- LIU, CH.; ZHANG, S.; LEI, Y.; NEWTON, P.; ZHANG, L. 2004. Evaluation of three methods for predicting diameter distributions of black spruce (*Picea mariana*) plantations in central., *Canadian Journal of Forest Research*, Montreal, n. 34: 2424-2432.
- MEHTÄTALO, L. 2004. An algorithm for ensuring compatibility between estimates percentiles of diameter distribution and measured stand variables. *Forest Science*, Bethesda, 50(1): 20-32.
- NEPAL, S.; SOMERS, G. 1992. A generalized approach to stand table projection. *Forest Science*, Bethesda, 38(1): 120-133.
- REYNOLDS, M. JR.; BURK, T.; HUANG, W. 1988. Goodness-of-fit test and model selection procedures for diameter distribution models. *Forest Science*, Bethesda, 34(2): 373-399.
- SCOLFORO, J. 1998. Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas. Lavras: UFLA/FAEPE, 441 p.
- VALLEJOS, O. 2003. Sistema de simulação do crescimento e produção de *Populus spp.* no Chile (Sistema SALICA). Curitiba: UFPR. 135 p. Tesis (Doctorado en Ciencias Forestales) - Universidad Federal de Paraná.
- VALLEJOS, O.; SANQUETTA, C.; ARCE, J.; MACHADO, S.; DO, A.; DALLA, A. 2004. Proposta metodológica para o ajuste ótimo da distribuição diamétrica Weibull 3P. *Floresta*, Curitiba, 34(3): 387-393.
- VALLEJOS, O. 2007. Ajuste ótimo de la distribución Lognormal de tres parámetros en híbridos de *Populus*. *Revista Chapingo serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, Universidad Autónoma de Chapingo, 13(1): 29-32.
- ZHANG, L.; PACKARD, K.; LIU, CH. 2003. A comparison of estimation methods for fitting Weibull and Johnson's  $S_b$  distributions to mixed spruce-fir stands in northeastern North America. *Canadian Journal of Forest Research*, Montreal, n. 33: 1340-1347.