

ESTIMACIÓN DEL DIÁMETRO NORMAL A PARTIR DEL DIÁMETRO DEL TOCÓN EN PLANTACIONES DE *Casuarina equisetifolia* Forst. DE LA PROVINCIA CAMAGÜEY, CUBA

**J. Y. Benítez-Naranjo¹; M. Rivero-Vega¹; A. Vidal-Corona²; J. Rodríguez-Rodríguez³;
R. C. Álvarez-Rivera³**

¹Estación Experimental Forestal Camagüey. Av. Ignacio Agramonte s/n Reparto La Zambrana. Camagüey, Cuba.
Correo-e: jbenitez@af.upr.edu.cu

²Instituto de Investigaciones Forestales. Calle 174 No.1723 entre 17-B y 17-C, Siboney, Playa.Ciudad Habana, Cuba.
Correo-e: iif@ip.etecca.cu

³Estación Experimental Forestal Viñales. Km 20 carretera de Viñales Pinar del Río, Cuba.
Correo-e: eefv@vega.inf.cu

RESUMEN

El estudio se realizó en plantaciones que se encuentran en la sabana serpentina de la provincia de Camagüey, Cuba, ubicadas en áreas de la localidad Las Cuabas de la Unidad Silvícola Camagüey pertenecientes a la Empresa Forestal Integral Camagüey. En este trabajo se desarrolló un modelo matemático partiendo de una muestra de 211 árboles de *Casuarina equisetifolia* Forst., que permite determinar el diámetro normal (d) a partir del diámetro del tocón (d_{loc}), utilizándose 99 valores para el análisis de regresión y 112 para realizar la validación de la ecuación. Los datos fueron obtenidos de 10 parcelas temporales de muestreo de 500 m² ubicadas en el área mediante un muestreo aleatorio simple, se procesaron mediante procedimientos de regresión. La ecuación logarítmica, seleccionada para la construcción de la tabla de estimación, estima los valores con gran precisión.

$$\ln d = -0.249 + 1.021 \cdot \ln d_{loc} \pm 0.07306$$

PALABRAS CLAVE: modelo matemático, análisis de regresión, validación, *Casuarina equisetifolia*.

ESTIMATION OF NORMAL DIAMETER FROM STUMP DIAMETER IN PLANTATIONS OF *Casuarina equisetifolia* FORST. IN CAMAGÜEY PROVINCE, CUBA

SUMMARY

The study was done in a plantation located in a serpentine savanna of Camagüey province, located in an area of Las Cuabas site belonging to Camagüey silvicultural Unit of the Camagüey Integral Forestry Enterprise. A mathematical model was developed from this work taking into account a sample of 211 *Casuarina equisetifolia* Forst. trees, which allow to determinate the normal diameter (d) from the stump diameter with the use of 99 values for the regression analysis and 112 to do the validation of the equation. Data emerged from 10 temporal stands of 500 m² sample plots; they were processed using regression procedures. The logarithmic equation selected to the construction of table, estimates the values with great precision.

$$\ln d = -0.249 + 1.021 \cdot \ln d_{loc} \pm 0.07306$$

KEY WORDS: mathematical model, regression analysis, validation, *Casuarina equisetifolia*.

INTRODUCCIÓN

En Cuba la especie *Casuarina equisetifolia* Forst. fue introducida por el primer Jardín Botánico de la Habana, probablemente en la tercera década del siglo pasado. Es

nativa de Australia y tiene una distribución natural extensa, que comprende desde las proximidades del trópico de Capricornio, en Australia, hasta el trópico de Cáncer, en Chittagong, Bangladesh (Betancourt, 1987).

Es originaria de regiones con 2,500 mm o más de lluvia anual, pero se adapta a climas secos con menos de 1,000 mm. Las temperaturas medias en su área de distribución natural oscilan entre 20 y 26 °C. Tiene su hábitat, preferentemente en zonas próximas al litoral, encontrándose también hacia el interior en lugares de bastante elevación. En Cuba se ha desarrollado con éxito hasta los 800 m sobre el nivel del mar. Crece en una gran variedad de suelos, pero se desarrolla mejor en los ligeros y arenosos; tolera la cal y las sales de sodio y magnesio (Fors, 1967).

Su madera es de color pardo claro rosado, uniforme, sin diferencia apreciable entre la albura y el duramen, en algunos árboles el duramen es de coloración castaño oscura, es dura y pesada, de textura fina, grano recto, no es durable pero se puede trabajar y pulir. La madera tiene diversos usos: se emplea en construcciones rurales, postes, mástiles de embarcaciones, leña y carbón de excelente calidad; con las astillas se obtienen valiosos tableros de madera aglomerada y traviesas de ferrocarril. La corteza de *Casuarina* es rica en taninos (Sablón, 1984; Betancourt, 1987; Bisse, 1988).

La madera, dentro de la gran variedad de productos que los bosques proporcionan al hombre, es sin duda el principal recurso por la multitud de usos que posee, por esta razón es necesario conocer el volumen maderable que poseen las diferentes formaciones boscosas de nuestro país; en casi todas las especies esta tarea se realiza utilizando tablas de estimación de volumen que tienen como entrada el diámetro normal y altura de los árboles.

A pesar de esto, en muchas ocasiones sólo puede contarse con el diámetro del tocón, algo que está determinado por diferentes factores como son los relacionados con las técnicas silvícolas empleadas o por cortas ilegales entre otros, razón por la cual si se determina a partir de un modelo matemático el diámetro normal en función del diámetro del tocón, se puede calcular el volumen de madera extraído utilizando además la altura promedio de los árboles cosechados.

Existen varios estudios donde se definen modelos de regresión que originan tablas de volúmenes de madera de *Casuarina equisetifolia* Forst. Entre otros se encuentran los realizados por Bredenkamp (1981); Bredenkamp y Lovenday (1984); Báes (1988).

Raile (1978) citado por Báes y Gra (1990) plantea tres aspectos por los cuales es necesario conocer la relación entre el diámetro del tocón y el diámetro a 1.30 m sobre el nivel del suelo:

- Se puede determinar el volumen extraído de cortas furtivas, usando las tablas de volumen locales.

- Si no se recogió la información o se perdió, se puede determinar la distribución de los diámetros y área basal de parcelas y rodales.
- Se puede determinar el volumen extraído en grandes extensiones.

Este trabajo tiene como objetivo, partiendo de la relación existente entre el diámetro del tocón (d_{toc}) y el diámetro normal (d), realizar una tabla de estimación del diámetro normal utilizando un modelo matemático desarrollado partir de un análisis de regresión.

MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio se realizó en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. que se encuentran en áreas de la unidad silvícola Las Cuabas de la Empresa Forestal Integral Camagüey (Figura 1). Se ubican en la sabana serpentina de esta provincia y fueron plantadas en 1984. El objetivo fundamental de estas plantaciones es la producción de madera rolliza, traviesas de ferrocarril y leña.



FIGURA 1. Localización del área de estudio

El área comprendida en este trabajo tiene un suelo ferralítico rojo parduzco, con una topografía llana a ligeramente ondulada; su altitud media es de 115 metros sobre el nivel del mar, la temperatura media es de 25 °C con 1,400 mm de precipitación anual.

Después de evaluar las características del área comprendida en este estudio se eligieron 10 parcelas temporales de muestreo de 500 m² (0.05 ha) de superficie rectangular (10 x 50 m). En cada parcela se midieron los árboles tipo seleccionados por clase diamétrica, midiéndose alrededor de nueve árboles por clase diamétrica.

La distribución de las parcelas se realizó mediante el método de muestreo aleatorio simple que consiste en

distribuir las parcelas mediante una selección al azar, donde cada parcela tiene la misma probabilidad de ser elegida para formar parte de la muestra (Ferreira, 1994).

La muestra utilizada fue de 211 árboles a los que se les midió el diámetro normal y el diámetro del tocón con una altura igual a 10 cm sobre el nivel del suelo. Para realizar el análisis de regresión se utilizaron las mediciones de 99 árboles y 112 individuos, distribuidos en todo el rango diamétrico, fueron empleados en la validación del modelo matemático seleccionado.

Las mediciones para obtener los diámetros de los árboles fueron realizadas utilizando la forcípula, midiéndose en forma cruzada y empleando el promedio de las dos mediciones efectuadas en cada árbol. El intervalo de los diámetros de la base fue de 7 a 29.5 cm, mientras que para el diámetro normal estuvo entre 5.5 y 24.5 cm (Cuadro 1).

CUADRO 1. Medidas de tendencia central de los datos empleados en el análisis de regresión.

Variables	Número	Media	Moda	Mínimo	Máximo	Dev. Std.
$d_{\text{toc.}}$	99	20.8548	21	7.00	29.500	3.94217
d	99	16.014	17.5	5.500	24.500	3.26997

Los datos obtenidos fueron procesados por medios automatizados, empleando el sistema de cálculo estadístico STATISTICA Versión 5, con un nivel de significación $\mu = 0.05$. En materia forestal lo más frecuente es adoptar, como intervalo de confianza, el que corresponde a una probabilidad del 95 % (Pardé y Bouchon, 1994).

Las ecuaciones probadas para estimar el diámetro normal fueron las siguientes:

$$y = b_0 + b_1x$$

$$y = b_0 + b_1x^2$$

$$\ln y = b_0 + b_1 \ln x$$

donde:

b_0 : constante

b_1 : coeficiente de la regresión

y: diámetro normal

x: diámetro del tocón

La variable independiente o predictora fue el diámetro con corteza del tocón ($d_{\text{toc.}}$) y como variable dependiente

se procesó el diámetro normal con corteza (d). Al modelo seleccionado para construir la tabla se le realizó el correspondiente análisis de varianza.

Para realizar el cálculo de la desviación global (exactitud o sesgo) de la ecuación se utilizó la fórmula planteada por Cailliez (1980), utilizada por Ares (1999) y Fernando (1998):

$$DG = \frac{(\sum d_r - \sum d_{\text{est}})}{\sum d_{\text{est}}} \times 100$$

donde:

DG: desviación global

d_r : diámetro normal (d) real

d_{est} : diámetro normal (d) estimado

El cálculo del Índice de Furnival se realizó con la ecuación planteada por Furnival (1961) citado por González (1989) la cual se muestra a continuación:

$$I = [f \times (y)]^{-1} \times S$$

donde:

I: Índice de Furnival.

$f \times (y)$: Derivada de la variable dependiente respecto al valor no transformado de la misma.

[]: Proporcionan la medida geométrica del valor en ellos incluido.

S: Valor del error estándar de estimación.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La matriz de correlación construida partiendo de las variables seleccionadas para realizar la estimación del diámetro normal tiene como objetivo determinar la relación entre dichas variables, tomando como base el coeficiente de correlación de cada una de ellas. Cuanto más se acerca este coeficiente a 1 o -1 más fuerte es la relación y por tanto mejor es la exactitud de la predicción.

Se observa que todos los coeficientes de correlación están por encima de 0.9 (Cuadro 2). Según Hair *et al.* (1999) las matrices de correlación tienen un uso muy extendido en muchas aplicaciones, éstas poseen un rango común que hace posible las comparaciones directas de los coeficientes dentro de un modelo.

CUADRO 2. Matriz de correlación de las variables empleadas.

	d	d _{toc.}	(d _{toc.}) ²	Ln d	Ln d _{toc.}
d	1.00				
d _{toc.}	0.97	1.00			
(d _{toc.}) ²	0.95	0.99	1.00		
Ln d	0.99	0.96	0.92	1.00	
Ln d _{toc.}	0.97	0.99	0.96	0.97	1.00

Como los coeficientes de correlación obtenidos son elevados y la diferencia entre ellos es pequeña, se construyeron modelos empleando las tres variables independientes (Cuadro 3). En éste se muestran los modelos con sus respectivos coeficientes de correlación (R) y determinación (R²), el error estándar de la estimación (S) y el Índice de Furnival (IF).

CUADRO 3. Modelos de predicción desarrollados para el cálculo del diámetro normal (d)

Modelos de regresión	R	R ²	S	IF
$d = -0.0303 + 0.8277 \times d_{toc}$	0.972	0.945	0.7657	0.7657
$d = 5.3302 + 0.0295 \times (d_{toc})^2$	0.954	0.910	0.9797	0.9797
$\text{Ln } d = -0.249 + 1.021 \times \text{Ln } d_{toc}$	0.973	0.947	0.07306	0.7423

El coeficiente de determinación representa el porcentaje de la variable dependiente que es explicado por la variable independiente, razón por la cual se prefieren modelos que tengan elevado R². Las tres ecuaciones poseen altos coeficientes de determinación, afirmación que se ajusta a lo expresado por Gujarati (1999) que plantea que un modelo es satisfactorio si el valor de este coeficiente es razonablemente alto alrededor de 0.8. Alder (1980) por su parte expresa que las mejores funciones pueden tener coeficientes de solamente 0.7 y 0.8.

Es importante señalar que este coeficiente por sí solo no se debe tomar para evaluar la calidad de un modelo, sino que hay que verlo en relación con otros parámetros estadísticos, teniendo en cuenta además la precisión de las estimaciones que realiza el mismo.

CUADRO 5. Valores del diámetro normal (d) estimados con el modelo empleado.

d _{toc.} (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
d (cm)	5.68	6.52	7.35	8.18	9.02	9.86	10.70	11.54	12.38	13.22	14.07	14.91	15.76	16.60	17.45	18.30	19.15	20.00	20.85	21.70	22.56	23.41	24.26

$d = 1.2827 \cdot (d_{toc})^{1.021}$ E = 0.0196157 DG (%) = -1.97

Estimación del diámetro...

De los tres modelos probados en este trabajo el logarítmico tiene el mayor coeficiente de determinación y el menor error estándar de estimación. En este caso no se pueden comparar directamente los modelos al existir transformaciones en las variables dependientes, razón por la cual se calculó el Índice de Furnival que las ubica en el mismo plano muestral; el menor valor de este índice coincide con la ecuación logarítmica, por lo que fue escogida para la construcción de la tabla de estimación.

En el análisis de varianza realizado a la ecuación empleada para la estimación se obtuvieron resultados altamente significativos con un alto valor de la razón F que representa el buen ajuste del modelo seleccionado para estimar el diámetro normal (Cuadro 4).

CUADRO 4. Análisis de varianza del modelo.

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F	P
Regres.	991.019	1	991.0193	1690.399	0.000
Residual	56.868	97	0.5863		
Total	1047.887				

Debido a las transformaciones realizadas, los resultados de la aplicación del modelo vendrán expresados en unidades logarítmicas. Como el objetivo de la tabla es su aplicación directa en unidades aritméticas será necesario deshacer esta transformación teniendo en cuenta que la conversión de los estimadores de la media y la varianza no es directa, ya que el antilogaritmo del Ln (y) proporciona la mediana en vez de la media de la distribución (Baskerville, 1972).

Siguiendo el criterio planteado en el párrafo anterior en el Cuadro 5, donde se muestran los valores del diámetro normal (d) estimados por clase diamétrica a partir del diámetro del tocón, la ecuación seleccionada para realizar la estimación se encuentra expresada en su forma exponencial; este paso es recomendado también por Ferreira (1994).

No siempre los modelos que mejor se ajustan a la muestra realizan las mejores estimaciones de los valores reales. Al respecto Hair *et al.* (1999) plantean que el objetivo de un análisis de regresión no es encontrar el mejor ajuste sólo para la muestra sino desarrollar el modelo que mejor describa la población en su conjunto.

Siguiendo este criterio se procedió a validar la ecuación mediante el cálculo de la Desviación Global que arrojó un resultado de (DG (%) = - 1.97), este valor muestra la buena estimación que realiza la ecuación de los valores reales, pues el mismo se encuentra dentro del rango de valores (DG = ± 10 %) sugeridos en estos casos. Por tal motivo, se puede asegurar que los resultados obtenidos son generalizables a la población y no son específicos de la muestra empleada.

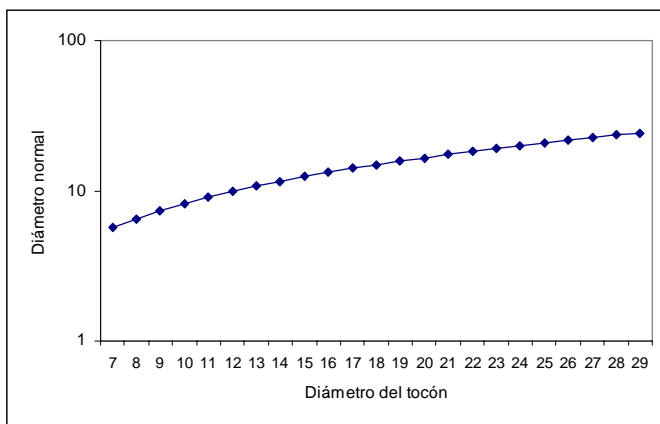


FIGURA 2. Comportamiento gráfico de los valores estimados con el modelo seleccionado.

En la Figura 2 se aprecia el comportamiento gráfico de los datos estimados con el modelo seleccionado observándose la relación directa que existe entre las variables estudiadas.

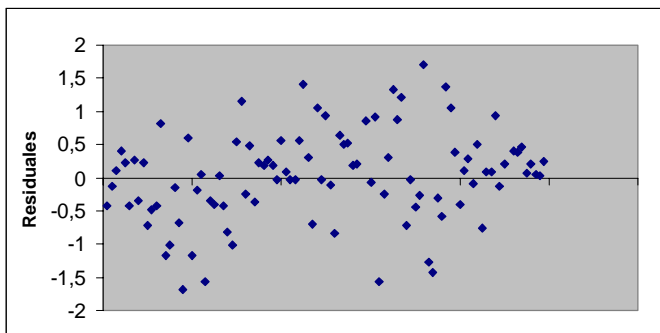


FIGURA 3. Distribución de los residuales del modelo.

La principal medida utilizada para evaluar el valor teórico de la regresión es el residuo, es decir la diferencia

entre la variable dependiente efectiva y su valor predictivo (Hair *et al.*, 1999). La distribución equilibrada generada por el modelo empleado en la estimación demuestra el comportamiento homogéneo y consistente de las estimaciones realizadas (Figura 3).

CONCLUSIONES

Cuando haya sido talado el árbol el diámetro del tocón puede ser utilizado para realizar la estimación del diámetro normal (d) de árboles de *Casuarina equisetifolia* Forst., en plantaciones de la provincia de Camagüey, para lo cual puede ser utilizada la tabla elaborada en este trabajo.

El modelo matemático empleado para estimar el diámetro (d) posee una alta precisión y es muy práctico ya que el elemento a incorporar en la ecuación, el diámetro del tocón (d_{toc}), es un parámetro de fácil medición.

LITERATURA CITADA

- ALDER, D. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial los trópicos. Estudios FAO Montes 22/2. Vol. 2. 79 p.
- ARES, A. E. 1999. Tablas dasométricas, propuestas de categorías y valoración de alternativas de manejo para los pinares de la EFI La Palma. Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en Ciencias Forestales. UPR. Pinar del Río. 100 p.
- BÁES, R.; GRA, H. 1990. Estudios dasométricos en *Casuarina equisetifolia*. Determinación del $d_{1,30}$ a partir del diámetro del tocón. Revista Forestal Baracoa. Vol. 20, Núm. 2. Ciudad Habana. Cuba. pp 63-68.
- BÁES, R. 1988. Estudios dasométricos de plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. en suelos cenagosos de la provincia de La Habana. Tesis Doctoral. ISCAH "Fructuoso Rodríguez". INCA, 125 p.
- BASKERVILLE, G. L. 1972. Use of logarithmic regression in the estimation of plant biomass. Can. J. Res. pp 49 – 53.
- BETANCOURT, A. 1987. Silvicultura especial de árboles maderables tropicales. Editorial Científico – Técnica. La Habana, Cuba. pp 78-91.
- BISSE, J. 1988. Árboles de Cuba. Editorial Científico-Técnica. La Habana, Cuba. 112 p.
- BREDENKAMP, B. V. 1981. A preliminary volume table for *Casuarina equisetifolia*. South African Forestry Journal. 118.
- BREDENKAMP, B. V.; Loveday, N. C. 1984. Volume equations for diameter measurements in millimetres. South African Forestry Journal. 130.
- CAILLIEZ, F. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento. Vol. 1 Estimación del volumen. Estudios FAO. Montes. 22/1. 92 p
- FERNANDO, A. 1998. Consideraciones para el incremento de la eficiencia de la conversión de madera en rollo de *Pinus caribaea* var *caribaea* en sierras de banda. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Forestales. UPR. Pinar del Río. 100 p
- FERREIRA, O. 1994. Manual de inventarios forestales. 2da Edición. Escuela Nacional de Ciencias Forestales. Siguatepeteque, Honduras. 97 p

- FORS, A. 1967. Manual de silvicultura. Instituto Nacional de Desarrollo y Aprovechamiento Forestal. La Habana, Cuba. pp. 219-220
- GONZÁLEZ, I. 1989. Tablas ponderadas para la estimación de la biomasa de Rebollo (*Quercus pyrenaica* Willd), en la provincia de León. Ministerio de Agricultura Pesca y Alimentación. Instituto de Investigaciones Agrarias. Madrid, España. 56 p.
- GUJARATI, D. N. 1999. Econometría. Segunda Parte. N/S. Estados Unidos. pp. 127-131
- HAIR, J. F.; ANDERSON, R. E.; TATHAM, R. L.; BLACH, W. C. 1999. Análisis multivariante. Quinta edición. Prentice Hall Iberia, Madrid, España. 832 p.
- PARDÉ, J.; BOUCHON, J. 1994. Dasometría. Edición española traducida de la segunda edición de dendrometría. "L" Ecole National du Genie Rural des Eaux et des forêts". Francia. 382 p.
- SABLÓN A. 1984. Dendrología. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, Cuba. pp. 28-29.