

AJUSTE DE FUNCIONES DE AHUSAMIENTO DE CINCO ESPECIES DE PINO EN PLANTACIONES EN LA REGIÓN DEL SALTO, DURANGO, MÉXICO

D. Maldonado-Ayala¹; J. Návar²

¹Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y ²Profesor Titular B FCF-UANL Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km 145 Carretera Nacional Linares, Nuevo León, C.P. 67700, México. Tel. (821 24895). E-mail: jnavar@ccr.dsi.uanl.mx

RESUMEN

El objetivo de este trabajo fue estimar parámetros y validar siete funciones de ahusamiento ajustadas a los perfiles fustales de cinco especies de pino (*Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. arizonica* y *Pinus cooperi* Blancoi). Los diámetros se midieron a diferentes alturas en 73 árboles derribados para los análisis troncales. La base de datos se dividió en dos: 56 para el ajuste y 17 para validación de los modelos. Los modelos de ahusamiento de Newnham, Kozak, Clutter, Amidon, Kozak2, Biging y Rustagi y Loveless fueron utilizados para este propósito. Los parámetros se ajustaron por medio de cuadrados mínimos en regresión lineal, no lineal y múltiple. Los resultados indicaron que los modelos de Biging y Newnham describieron mejor el perfil diamétrico y el volumen total de los árboles de ajuste y de validación. Por esta razón se recomiendan estos modelos en la futura estimación de los perfiles fustales y los volúmenes comerciales de las especies plantadas en el área de estudio.

PALABRAS CLAVE: forma variable, distribución de productos.

FITTING TAPER FUNCTIONS TO FIVE PINE SPECIES PLANTED IN THE EL SALT REGION OF DURANGO, MEXICO

SUMMARY

The objectives of this research were to estimate parameters and to validate seven taper functions fitted to stem profiles of five pine species (*Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. arizonica*, and *P. cooperi* Blancoi). Diameters were measured at different heights of 73 trees felled to conduct stem analysis. The data base was divided into two: 56 trees to fit and 17 to validate the taper models. The Newnham, Kozak, Clutter, Amidon, Kozak2, Biging, and Rustagi and Loveless models were used for this purpose. The parameters were fitted by least square techniques in linear, non-linear and multiple regression analyses. Results showed that the models of Biging and Newnham better described the stem profile as well as the total volume of trees used in fitting and validating the equations. Therefore, these taper models are recommended to describe stem profiles and total and merchantable volume of planted trees in the study area.

KEY WORDS: variable form, distribution of forest products.

INTRODUCCIÓN

Las técnicas precisas que describan los volúmenes y distribución de los productos forestales de árboles del género *Pinus* es una necesidad para los manejadores de bosques de México. Las funciones de ahusamiento o las ecuaciones que describen el perfil del fuste, representan una alternativa viable en la estimación precisa de las dimensiones y los volúmenes maderables comerciales de cualquier sección del fuste. En el pasado, generalmente el volumen total de árboles individuales fue estimado con ecuaciones compactas o con tablas volumétricas y los volúmenes comerciales con frecuencia fueron estimados

con ecuaciones volumétricas calibradas por medio de índices sencillos (Clutter, 1980).

Las ecuaciones de ahusamiento son herramientas que pueden describir el perfil diamétrico de árboles individuales y con su integración en altura resultan en estimaciones precisas de volúmenes comerciales (Damaerschalk, 1972). Este tipo de ecuaciones han seguido diferentes rutas en su desarrollo y ahora se dispone de un sin número de estas tecnologías en la literatura universal (Clutter, 1980; Kozak *et al.*, 1969; Amidon, 1984; Rustagi y Loveless, 1991; Newnham, 1992; Bailey, 1994). Varias de estas tecnologías se han aplicado a coníferas mexicanas,

incluyendo *P. hartwegii* (Návar *et al.*, 1997), *P. teocote* (Contreras, 1997; Tapia y Návar, 1998), *P. leiophylla* (Hernández y Vaegas, 1999). Otros investigadores han ajustado algunas de estas ecuaciones a otras especies de pino (Torres-Rojo *et al.*, 1992; Zepeda y Domínguez, 1997). A pesar de esta riqueza en la información sobre ahusamiento, existe poca información sobre ecuaciones que describan el perfil del fuste para especies provenientes de plantaciones forestales considerando que estas empiezan a expandirse en el país por los apoyos gubernamentales hacia este sector.

Las ecuaciones de ahusamiento para plantaciones forestales son importantes para determinar los productos a extraer de los aclareos u otras intervenciones silvícolas en los tiempos oportunos. Productos forestales como los tutores, polines o latas, aserrío, chapa y triplay pueden ser determinados objetivamente con estas tecnologías matemáticas (Clutter *et al.*, 1983). Los objetivos de esta investigación fueron ajustar y validar siete funciones de ahusamiento para a cinco especies de pino plantadas en la región de El Salto, Durango, México.

MATERIALES Y MÉTODOS

El trabajo de campo para desarrollar los modelos de ahusamiento se realizó en la región de El Salto, Durango, México. Se estudiaron plantaciones forestales de cinco especies: *P. durangensis*, *P. cooperi* Ornelasi, *P. cooperi* Blancoi, *P. engelmannii*, y *P. arizonica*. En total se colectaron árboles de 23 parcelas plantadas en diferentes tiempos desde 1978 hasta 1994 en áreas incendiadas o plagadas, con coberturas espaciales de menos de 12 ha, densidades iniciales variables y en diferentes espaciamientos entre plántulas.

El área de estudio se localiza en el macizo principal de la Sierra Madre Occidental al sudeste del estado de Durango, México. El clima predominante del área es templado o semifrío subhúmedo, con lluvias veraniegas que ascienden a los 1200 mm anuales, con una temperatura promedio anual de 11.7 °C. Los suelos son predominantemente cambisoles, litosoles y regosoles, con profundidades que no exceden los 30 cm. La vegetación nativa de las áreas plantadas se caracterizaba por ser bosques desde mixtos e irregulares de pino-encino hasta masas puras de pino en altitudes mayores a los 2500 msnm (Graciano, 2001).

Los árboles derribados se extrajeron de 23 parcelas plantadas en diferentes épocas, con especies y densidades iniciales diferentes. Las características dasométricas de las parcelas estudiadas se reportan en el Cuadro 1, donde se puede observar que existen árboles siendo eliminados de la masa por efectos de competencia, plagas y

enfermedades, etc., que pudieran ser aprovechados en diferentes programas de manejo.

CUADRO 1. Parámetros dasométricos promedio de 23 plantaciones con cinco especies de pináceas de la Sierra Madre Occidental de Durango, México.

Especies	DB (cm)	H (m)	rCopa (m)	Edad (años)	Densidad Inicial	No.ha ⁻¹ Edadt
LE1: <i>P. durangensis</i>	12.24	8.15	1.0.3	21	6667	4667
LE2: <i>P. arizonica</i>	10.60	5.78	1.04	21	6667	4217
LE3: <i>P. cooperi</i>	15.52	7.34	1.18	21	6667	1900
LE4: <i>P. arizonica</i>	9.55	4.61	-	21	6667	5500
LE5: <i>P. cooperi</i>	15.69	9.77	-	21	6667	2450
LE6: <i>P. cooperi</i>	15.93	8.63	1.27	21	6667	2882
LE7: <i>P. durangensis</i>	14.77	7.23	1.24	21	6667	3138
LE8: <i>P. durangensis</i>	14.84	8.91	1.22	21	6667	3090
LE9: <i>P. cooperi</i>	10.19	4.81	0.97	21	6667	3100
SA1: <i>P. durangensis</i>	16.27	6.06	1.25	17	2500	1867
SA2: <i>P. durangensis</i>	20.31	7.20	0.90	17	1111	689
SA3: <i>P. durangensis</i>	17.56	6.41	1.45	17	1600	1444
SA4: <i>P. durangensis</i>	14.43	6.14	1.94	17	4444	2633
PI1: <i>P. cooperi</i> B	14.00	3.63	-	18	2500	1633
AL1: <i>P. durangensis</i>	15.68	7.30	1.09	16	5000	2233
AL2: <i>P. cooperi</i>	11.03	5.83	1.65	16	5000	1817
SP1: <i>P. engelmannii</i>	11.16	2.87	1.06	10	2500	1617
SP2: <i>P. cooperi</i>	8.69	2.66	1.21	10	2500	1867
SP3: <i>P. durangensis</i>	8.41	2.81	1.38	10	2500	2133
LB1: <i>P. engelmannii</i>	5.61	2.80	0.59	11	10000	3575
LB2: <i>P. cooperi</i>	10.55	5.84	1.11	11	10000	4950
LC1: <i>P. durangensis</i>	6.32	2.26	1.29	7	2500	1767
LC2: <i>P. cooperi</i>	4.97	1.74	1.10	7	2500	1950

DB= Diámetro basal (cm); rCopa= radio promedio de la copa (m)

Los árboles derribados fueron medidos en su diámetro a diferentes secciones de la altura; a la base, a 0.50 m, a 1.00 m, a 1.30 m, a 1.50 m, 2.00 m hasta la parta distal cada 0.50 m. Los árboles estudiados fueron en total 73 y el mapa de sus dimensiones se presenta en el Cuadro 2. Los árboles para ajuste de parámetros tuvieron estadísticos un poco menores, con diámetro y altura promedio de 13.26 cm y 5.8 m, con desviaciones estándares de 3.98 cm y 2.44 m, respectivamente. Los datos de validación mostraron estadísticos promedio en diámetro y altura de 13.99 cm y 8.10 m, con desviaciones estándares de 3.47 cm y 1.72 m, respectivamente. Este artificio fue realizado para detectar

bondades de ajuste de los modelos con datos independientes y con mayores dimensiones.

CUADRO 2. Mapa de distribución de árboles utilizados en el ajuste y validación de siete modelos de ahusamiento para cinco especies plantadas en la región del Salto, Durango, México.

H (m)	Diámetro (cm)							
	2.5	5	7.5	10	12.5	15	17.5	20
2		2	1					
4		1	6	4	2	1		
6		(1)	1	6	2(2)	1	2	
8				2(3)	5	2	4(1)	2
10				1(2)	2(10)	1(1)	4(2)	1
12				1		1(1)	(1)	
14								

Nota. H= altura total del árbol (m), árboles utilizados en el proceso de validación se encuentran entre paréntesis ().

Los modelos de ahusamiento utilizados fueron siete. Estos se describen matemáticamente en el Cuadro 3.

CUADRO 3. Los modelos de ahusamiento ajustados a los perfiles fustales de cinco especies de pináceas plantadas en Durango, México.

Modelo	Ecuación
Número Investigador	
1 Clutter (1980)	$d = \beta_1 \bullet D^{\beta_2} \bullet H^{\beta_3} \bullet (H-h)^{\beta_4}$
2 Amidon (1984)	$d = \beta_1 \frac{D(H-h)}{(H-1.30)} + \beta_2 \frac{(H^2-h^2)(h-1.30)}{H^2}$
3 Biging (1984)	$d = D \left[\beta_1 + \beta_2 \ln \left(1 - \exp \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} \right) \left(\frac{h}{H} \right)^{\beta_3} \right) \right]$
4 Kozak1 (1988)	$\frac{d}{D} = \left[\frac{1 - \sqrt{Z}}{1 - \sqrt{P}} \right]^c$
5 Kozak2 (1988)	$\ln \left(\frac{d}{D} \right) = f(X, \ln(X)) \frac{D}{H} \frac{H}{\sqrt{h}} \frac{H}{\sqrt{h}}$
6 Newnham (1992)	$\ln \left(\frac{d}{D} \right) = f(X \ln(X)) \frac{D}{H} \frac{H}{\sqrt{h}} \frac{H}{\sqrt{h}}$
7 Rustagi y Loveless (1991)	$d = (\beta_0 + \beta_1 \bullet D) \left[\frac{H-h}{H_a} \right]^{\beta_2}$

donde:

D = Diámetro normal a 1.30 m de altura (m).

H = Altura total del fuste (m); Ha = H-1.37 (m).

P = HI/H (sin dimensiones).

Z = h/H (sin dimensiones).

X = (H-h)/(H-1.30 m) (sin dimensiones).

DI = Diámetro al punto de inflexión de la forma neiloide a la forma cuadrática del fuste, tomado como el d a h.067D (m).

HI = Altura del fuste al punto de inflexión descrito (m).

Xk = (1-Z²)/(1-P²) (sin dimensiones).

H = Altura del fuste sobre el tocón (m).

d = Diámetro sin corteza del fuste a la altura h (m).

β0,β1,β2,β3,β4,c = Parámetros estadísticos.

El procedimiento estadístico que se utilizó fue el siguiente. Para el ajuste de las funciones de ahusamiento se utilizaron 516 pares de datos de diámetro con corteza y altura para las especies, con los cuales se estimaron los parámetros estadísticos de las siete ecuaciones de ahusamiento. En el proceso de validación se utilizaron 170 pares de datos. Para el ajuste y validación de los modelos se utilizó la técnica de cuadrados mínimos en regresión múltiple, intrínsecamente lineal, polinomial y no lineal (sin derivadas parciales, DUD) del paquete estadístico SAS. Para las ecuaciones que necesitaron transformaciones, los parámetros estadísticos se calcularon con las transformaciones necesarias para estimar el verdadero valor del r² y el error estándar estimado (SEE) en sus dimensiones originales. Los estadísticos de comparación entre los modelos y entre las especies fueron el sesgo promedio, r², SEE, y bondad de predicción del perfil diamétrico. Estos estadísticos se estimaron como sigue:

$$\text{Sesgo Promedio} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n} \quad 1$$

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad 2$$

$$\text{SEE} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p} \right]^{\frac{1}{2}} \quad 10$$

donde: Y_i es el valor observado o la variable dependiente, \bar{Y}

es el promedio de los datos observados, \hat{Y}_i es el valor predicho y p es el número de parámetros del modelo, incluyendo la intercepta.

También se realizó el análisis de los errores para observar su distribución, aleatoriedad y varianza común y tener una mayor certidumbre en la selección del mejor modelo. Otros parámetros considerados fueron: la kurtosis, sesgo, y la normalidad de los errores. La determinación del mejor modelo resultó de la ponderación de los diferentes parámetros, los cuales se calificaron por orden de importancia como sigue: r², SEE y sesgo promedio del 75 y 25 % de los datos, así como la kurtosis, sesgo, la probabilidad de normalidad de los errores, el número de coeficientes de las regresiones con su valor de probabilidad y finalmente la bondad de predicción del perfil diamétrico.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los modelos de ahusamiento resultantes se reportan en el Cuadro 4.

CUADRO 4. Los modelos de ahusamiento con sus parámetros estimados por cuadrados mínimos en regresión lineal, no lineal, múltiple y polinomial.

Modelo		Ecuación
Núm.	Autor	
1	Clutter (1980)	$Di = \exp(0.1872 + 0.7960 \cdot (\log(dap)) - 0.5894 \cdot (\log(ht)) + 0.7066 \cdot (\log(hc)))$
2	Amidon (1984)	$Di = 0.342121 \cdot (x1) + 0.926126 \cdot (x2)$
3	Biging (1984)	$Di = Dap \cdot (1.0083 \cdot \log(1 - (1 - \exp(-1.0083 / 0.3569 \cdot X))))$
4	Kozak1(1988)	$Di = \exp(-0.44804 - DAP \cdot 0.04071 + LDAP \cdot 1.2522 + L XK \cdot 0.2879 + A3 \cdot 0.3464 + B2 \cdot 0.02148 + e1 \cdot 0.0989)$
5	Kozak2 (1988)	$Di = dap \cdot (z/p)^{0.55807}$
6	Newnham (1992)	$Di = DAP \cdot \exp(-1.4197 + (X \cdot 2.4234) + (X2 \cdot -1.2868) + (X3 \cdot 0.0688) + (X4 \cdot -0.00107) + (X5 \cdot 0.0000117) + (dh2 \cdot -0.09432) + (dh3 \cdot 0.02297) + (X2DH \cdot 0.2085) + (XDH3 \cdot -0.01037) + (x3dh3 \cdot -0.000436) + (dhh2 \cdot -0.23703109))$
7	Rustagi y Loveless (1991)	$Di = (-1.91899 + 0.84049 \cdot dap) \cdot ((ht-h)/(ht-1.37))^{2.65639}$

Donde:

$P = (hi/ht)$; $x = ((ht-h)/(ht-1.3))$; $z = (h/ht)$; $ps = \hat{O}(p)$; $zs = \hat{O}(z)$; $xk = ((1-zs)/(1-ps))$; $lx = \log(x)$; $rd = (d/dap)$; $lrd = \log(rd)$; $k = (lx/lrd)$; $k = \log(k)$; $rhs = (ht-h)$; $lrhs = \log(rhs)$; $x2 = (x^{**}2)$; $x3 = (x^{**}3)$; $x4 = (x^{**}4)$; $x5 = (x^{**}5)$; $x6 = (x^{**}6)$; $x7 = (x^{**}7)$; $x8 = (x^{**}8)$; $dh = (dap/ht)$; $dh2 = (dh^{**}2)$; $dh3 = (dh^{**}3)$; $xdh = (x \cdot dh)$; $x2dh = (x2 \cdot dh)$; $x3dh = (x3 \cdot dh)$; $x4dh = (x4 \cdot dh)$; $x5dh = (x5 \cdot dh)$; $x6dh = (x6 \cdot dh)$; $x7dh = (x7 \cdot dh)$; $x8dh = (x8 \cdot dh)$; $x2dh2 = (x2 \cdot dh2)$; $x2dh3 = (x2 \cdot dh3)$; $x3dh2 = (x3 \cdot dh2)$; $x3dh3 = (x3 \cdot dh3)$; $rh = (1/ht)$; $sh = \sqrt{ht}$; $hh = (ht/sh)$; $dhh = (dh/ht)$; $dhh2 = (dh/sh)$; $rh2 = (1/sh)$; $dhh3 = (dh/rh2)$

Los estadísticos de ajuste de los siete modelos de ahusamiento se presentan en el Cuadro 5. Los modelos de Biging y Kozak2 presentaron los mayores coeficientes de determinación. Sin embargo, los modelos de Kozak y Clutter registraron los menores errores estándares y coeficientes de variación. El modelo de la forma variable de Newnham reportó estadísticos intermedios entre estos dos grupos de modelos.

CUADRO 5. Estadísticos promedio de ajuste de siete funciones de ahusamiento para cinco especies de pino en plantaciones en la región del Salto, Durango. México.

Modelo	Sx	R2	C.V
Newnham	1.01	0.95	12.53
Kozak	0.95	0.96	11.79
Clutter	0.91	0.94	11.29
Amidon	6.61	0.48	82.11
Kozak2	1.23	0.98	15.32
Biging	1.11	0.98	12.16
Rustagi	1.94	0.80	24.07

Los estadísticos de validación de modelos de ahusamiento se presentan en el Cuadro 4. Los modelos

de la forma variable de Newnham y Biging registraron los coeficientes de determinación más altos. Estos modelos también reportaron los errores estándares y coeficientes de variación más bajos. Estos modelos también registraron los sesgos menores. Los modelos de la forma variable de Newnham, Amidon y Rustagi presentaron los errores más distribuidos normalmente y por consiguiente con los valores menores en los coeficientes de kurtosis.

Los modelos de la forma variable de Newnham y de Biging resultaron los mejores en el ajuste y validación por poseer los estadísticos de mejor bondad de ajuste. Estos dos modelos fueron previamente reportados como los de mayor precisión cuando se estimaron los perfiles fustales de *P. hartwegii* (Návar et al., 1997) y de *P. teocote* (Contreras, 1997 y Tapia y Návar, 1998).

La validación de los modelos de ahusamiento cuando predicen los volúmenes totales también arrojó resultados consistentes con los procedimientos de ajuste y validación.

CUADRO 6. Estadísticos promedio de la validación de siete funciones de ahusamiento para cinco especies de pino en plantaciones en la región del Salto, Durango, México.

Modelo	Sx	R2	C.V.	Sesgo	Kurtosis	Normal
Newnham	1.73	0.84	22.73	-0.42	5.49	0.91
Kozak	2.73	0.60	35.87	-0.88	101.68	0.61
Clutter	3.82	0.20	50.20	-0.95	10.74	0.58
Amidon	4.72	0.22	62.06	3.43	0.97	0.94
Kozak2						
Biging	1.89	0.80	24.87	-0.11	10.29	0.77
Rustagi	3.82	0.20	50.27	2.26	0.49	0.96

En el Cuadro 7 se reportan los volúmenes fustales totales para los 17 árboles de validación de modelos de ahusamiento, contrastados con los volúmenes estimados por la ecuación convencional de Smalian. Los modelos de Biging y de Newnham mostraron que los volúmenes totales fueron menores del 6 % que el volumen total estimado para todos los árboles estimado por la ecuación de Smalian. En contraste, los modelos de Clutter y Kozak2 sobrestimaron el volumen total de todos los árboles por arriba del 30 % y los modelos de Rustagi y Amidon subestimaron el volumen total por arriba del 30 %.

El volumen promedio se comportó de manera similar al volumen total de todos los 17 árboles. De igual manera, los modelos de la forma variable de Newnham y de Biging registraron promedios cercanos (menos del 7% de sesgo) al volumen promedio estimado por Smalian. Los modelos de Clutter y Kozak2 sobrestimaron el promedio y los modelos de Rustagi y Amidon subestimaron el volumen promedio.

CUADRO 7. Los volúmenes fustales totales por árbol, estimados con la ecuación de Smalian y con siete modelos de ahusamiento para 17 árboles de validación de modelos para especies de pino plantadas en Durango, México.

Árbol No.	D (cm)	H (m)	Volúmenes Totales (m3)							
			Observado	Kozak1	Clutter	Amidon	Kozak2	Biging	Rustagi	Newnham
1	11.0	7.75	0.026	0.030	0.027	0.007	0.086	0.023	0.015	0.027
2	17.2	10.35	0.075	0.079	0.078	0.022	0.218	0.074	0.043	0.080
3	14.0	8.80	0.057	0.051	0.046	0.013	0.133	0.042	0.026	0.047
4	11.0	8.47	0.029	0.031	0.030	0.008	0.106	0.025	0.014	0.030
5	6.0	5.30	0.005	0.006	0.006	0.001	0.025	0.005	0.003	0.006
6	12.6	5.00	0.017	0.030	0.019	0.005	0.032	0.019	0.026	0.019
7	14.0	10.3	0.045	0.058	0.056	0.017	0.193	0.049	0.027	0.057
8	12.0	8.40	0.027	0.036	0.034	0.009	0.109	0.029	0.018	0.034
9	16.0	9.98	0.093	0.068	0.067	0.019	0.193	0.062	0.036	0.068
10	14.9	9.44	0.056	0.076	0.364	0.047	6.242	0.138	0.076	0.101
11	10.8	7.10	0.021	0.026	0.023	0.006	0.069	0.020	0.014	0.023
12	18.0	8.86	0.077	0.078	0.070	0.018	0.154	0.070	0.047	0.069
13	13.4	5.85	0.016	0.037	0.026	0.006	0.049	0.026	0.026	0.025
14	19.4	6.85	0.067	0.083	0.057	0.015	0.087	0.063	0.058	0.052
15	18.2	8.67	0.061	0.099	0.069	0.018	0.147	0.070	0.048	0.068
16	11.9	6.62	0.012	0.029	0.024	0.006	0.061	0.022	0.018	0.025
17	17.5	10.0	0.086	0.079	0.077	0.021	0.203	0.074	0.045	0.079
Total			0.771	0.895	1.075	0.239	8.109	0.809	0.540	0.811
Promedio			0.045	0.053	0.063	0.014	0.477	0.048	0.032	0.048
Desviación Estándar			0.028	0.027	0.081	0.011	1.487	0.033	0.019	0.027

Los modelos de Biging y Newnham también han registrado las mejores estimaciones del volumen total para árboles individuales (Návar *et al.*, 1997; Tapia y Návar, 1998; Corral *et al.*, 1999). Esto se presenta porque la estimación del volumen total se ha realizado en dos de los casos por análisis numérico. Cuando se estimó en forma integral, con la constante propuesta por Biging (1984), el error en la estimación del volumen creció en forma de potencia en árboles con diámetros mayores a 30 cm (Corral *et al.*, 1999). Para estas plantaciones donde el diámetro promedio a 1.3 m de altura del fuste no sobrepasa los 10 cm y donde ya se pueden extraer algunos productos derivados de la mortalidad o la alta densidad (Cuadro 1), como polines o latas y tutores, el modelo de Biging, junto con el modelo de la forma variable de Newnham, estiman más precisamente el volumen comercial. El modelo de Newnham posee la desventaja adicional de que el número de parámetros estimados es grande, aunque con las computadoras actuales este es un problema sencillo.

CONCLUSIONES

Los modelos de Biging y Newnham estimaron con mayor precisión los perfiles diamétricos y volúmenes comerciales de cinco especies de pino plantadas en Durango, México. Estas aseveraciones se derivaron del contraste de los estadísticos de ajuste y validación estimados entre todos los modelos usados. Por esta razón, se recomienda su utilización futura en la estimación de los volúmenes comerciales de las plantaciones forestales de las cinco especies estudiadas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al CONACYT y PAICYT por los apoyos financieros otorgados para la realización de estos trabajos de investigación, a través de los proyectos 28536 B y CN 323 00, respectivamente. A la DGETA por las facilidades otorgadas al primer autor para estudiar la Maestría en Ciencias Forestales.

LITERATURA CITADA

- AMIDON, E. L. 1984. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed conifer species in California. *For. Sci.* 30: 166-177.
- BAILEY, R. L. 1994. A compatible volume taper model based on the Schumacher and Hall generalized constant form factor volume equation. *For. Sci.* 40: 303-313.
- CLUTTER, J. L. 1980. Development of taper function from variable top merchantable volume equations. *For. Sci.* 26: 117-120.
- CONTRERAS, J. C. 1997. Ecuaciones de volumen y ahusamiento para *Pinus durangensis* Mart. y *Pinus teocote* Schl et. Cham. del ejido Vencedores, San Dimas, Durango, México. Tesis de Maestría en Ciencias Forestales. FCF. UANL. Linares, N.L., México.
- CORRAL, S.; NÁVAR, J.; FERNÁNDEZ S., F. 1999. Ajuste de funciones de ahusamiento a los perfiles fustales de cinco pináceas de la región de El Salto, Durango Madera y Bosques. 5(2): 53-65.
- DAMAERSCHALK, J. P.; KOZAK, A. 1977. The whole bole system: a conditions dual equations system precise prediction of tree profiles. *Can. J. For. Res* 7: 488-497.
- GRACIANO, J. 2001. Técnicas de evaluación dasométrica y ecológica de los bosques de coníferas bajo manejo de la Sierra Madre Occidental del centro sur de Durango, México. Tesis de Maestría FCF. UANL, Linares N. L.
- HERNÁNDEZ, F. J.; VARGAS L., B. 1999. Funciones de volumen y ahusamiento para *Pinus leiophylla* del ejido Adolfo Ruiz Cortines, P.N., Durango. Memorias IV Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Durango, Dgo., México.
- KOZAK, A. 1988. A variable exponent taper equation. *Can. J. For. Res* 18:1363-1368
- KOZAK, A., D.; MUNRO, D.; SMITH J., H. G. 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chronicle* 45: 278-282.
- NÁVAR, J.; CONTRERAS J., C.; ESTRADA M., C. 1997. Ajuste de siete modelos de ahusamiento a los perfiles fustales de *Pinus hartwegii* Lindl. Del noreste de México. *Agrociencia* Vol. 31 (1): 73-81
- NEWNHAM, R. M. 1992. Variable form taper functions for four Alberta tree species. *Can. J. For. Res* 22: 210-223
- RUSTAGI, K. P.; LOVELESS R., S. 1991. Compatible variable form volume and stem profile equations for Douglas-fir. *Can. J. For. Res.* 21: 143-151
- TAPIA, J.; NÁVAR, J. 1998. Ajuste de modelos de volumen y funciones ahusamiento para *Pinus teocote* en bosques de pino de la Sierra Madre Oriental. *Ciencia e Investigación Forestal*. INFOR, Chile.
- TORRES R., J. M.; MAGAÑA O., S.; VALLES, A. 1993. Funciones de ahusamiento para ocho especies forestales del estado de México. Memorias I Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Saltillo, Coahuila, México.
- ZEPEDA, B. M.; DOMÍNGUEZ, A. 1997. Ecuaciones de ahusamiento para tres especies de pino del ejido 'El Largo', Chihuahua. Memorias III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Linares, N.L., México.