

ESTUDIO DE LA RELACIÓN ÁREA MÍNIMA CONTRA ÁREA REAL DE LA SUPERFICIE DE LA COPA EN ÁRBOLES DE VEGETACIÓN SECUNDARIA EN CAMPECHE, MÉXICO

F. J. Zamudio-Sánchez¹; J. L. López-Torres²

¹División de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de México. C.P. 56230.

²Investigador del Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, Campo experimental Campeche, Campeche.

RESUMEN

Se analizó el comportamiento, a través del tiempo, de una relación de áreas en ocho especies de vegetación secundaria presentes en tres sitios permanentes de investigación silvícola, donde se aplicó el sistema de roza-tumba-quema, localizados en el campo experimental "Ing. Eduardo Sangri Serrano", en Escárcega, Campeche, México. Se consideraron nueve edades diferentes; la relación inversa del área (A_r) de la superficie del cilindro que se forma con el diámetro y la altura de la copa con el área mínima (A_m) de la superficie que sea posible obtener del cilindro que contiene el mismo volumen estimado con las variables originales de la copa es analizado, es decir, se estudia la conducta de A_m/A_r , a la que aquí se denominará eficiencia.

El comportamiento de la relación como función del tiempo se hizo utilizando el modelo empírico de crecimiento de Schumacher; al despejarse la edad en el modelo y con el valor medio de las medidas de la relación de las especies estudiadas, para una eficiencia mínima aceptable (EMA) de 0.97, se calcularon las edades en que este valor es alcanzado para cada especie, que coincide en general con la disminución del incremento medio anual en diámetro.

PALABRAS CLAVES: Eficiencia mínima aceptable, área de copa real, área de copa mínima.

A STUDY OF THE RATIO OF MINIMUM AREA TO REAL AREA OF THE TREE CROWNS OF SECONDARY VEGETATION IN CAMPECHE, MEXICO

SUMMARY

Performance was analyzed over time of a relationship of areas in eight species of secondary vegetation in three permanent silviculture research sites, in which the slash-and-burn system was used, located in the experimental station "Ing. Eduardo Sangri Serrano," Escarcega, Campeche, Mexico. Nine different ages were included in the study, as well as the inverse relationship between area (A_r) of the cylinder's surface formed by the diameter and the height of the crown and the smallest area (A_m) possible from the cylinder that has the same volume as that estimated with the original variables of the crown. That is, the behavior of A_m/A_r is studied and is referred to as efficiency.

The performance of the relationship as a function of time was examined using Schumacher's empirical model of growth. Solving for age in the model and with the mean values of the measurements of the relationship of the species studied, for a minimum acceptable efficiency (EMA) of 0.97, the ages at which this value is reached for each species were calculated. These ages coincide with the reduction of the mean annual increase in diameter.

KEY WORDS: Minimum allowed efficiency, real area, minimum area.

INTRODUCCIÓN

En México, se han llevado a la práctica proyectos forestales con un enfoque diferente al tradicional, donde se

consideran los aspectos de rentabilidad, manejo técnico y participación social. Lo anterior, aumentó el interés por las áreas de producción forestal. El campesino participa en las actividades de abastecimiento y comercialización,

lo que representa un cambio positivo en el manejo, ya que, en el área tropical era común el aprovechamiento selectivo de las especies preciosas (*Cedrela odorata* y *Swietenia macrophylla*), actuando aquél como rentista con poco o nulo interés por este tipo de producción y promoviendo así el cambio en el uso del suelo.

En 1979 el Instituto Nacional de Investigaciones Forestales estableció en el Campo Experimental Forestal "El Tormento", actualmente "Ing. Eduardo Sangri Serrano", el proyecto de Manejo de Bosques Naturales con la finalidad de obtener fundamentos y técnicas silvícolas para el manejo de las áreas tropicales.

Se han realizado una serie de trabajos que permiten tener un panorama de la dinámica sucesional de la selva mediana. Este trabajo es parte de los objetivos iniciales del proyecto mencionado, y en particular, se busca explicar la tendencia en el tiempo de una relación alométrica entre el área mínima posible con el área real de la superficie del cilindro formado con el diámetro y la altura de la copa.

Se considera que la superficie de la copa que un árbol expone a la atmósfera está relacionada con el volumen de la misma y puede ser usada para conocer cierta eficiencia fisiológica en términos del intercambio gaseoso que ocurre al paso del tiempo. En otras palabras, puede ser usada para conocer el estado del metabolismo del árbol a través del tiempo en cuanto a su fase anabólica y catabólica. Una reducción en la superficie expuesta para contener un mismo volumen puede considerarse una medida de eficiencia que señale el vigor y la posición competitiva de los individuos de cada especie en el sitio. Además se puede esperar que conforme transcurre el tiempo esta eficiencia sea mayor como resultado de llegar a un mejor equilibrio entre el volumen de la biomasa y la superficie expuesta para alimentarlo. Si lo anterior es razonablemente plausible, entonces es posible esperar que cuando esta eficiencia A_m/A_r sea cercana a uno el individuo crezca despacio por haber alcanzado su madurez.

METODOLOGÍA

El estudio se realizó en el Campo Experimental "Ing. Eduardo Sangri Serrano", perteneciente al INIFAP, localizado en el municipio de Escárcega, estado de Campeche en el kilómetro 292 de la carretera Villahermosa-Escárcega, con una posición geográfica correspondiente al paralelo 18°36'25" de latitud norte y el meridiano 90°43'35" oeste de Greenwich, y altitud de 60 msnm (Cedeño, 1981).

El área del campo experimental presenta el tipo de clima $A_r(i)g$ (García, 1973), que corresponde al intermedio de los húmedos tropicales, con un cociente P/T de 49.7, poca oscilación térmica (5 a 7°C), presentándose el mes más caliente antes del solsticio de verano, con temperatura media anual de 24.1°C, precipitación total anual de 1198 mm y vegetación de selva alta o mediana subperennifolia y selva baja subperennifolia.

La información se obtuvo de los Sitios Permanentes de Investigación Silvícola (SPIS), establecidos en el campo experimental en diferentes etapas de desarrollo sucesional, que consisten de un área de 100 × 100 m (1 ha), dividida en cuatro cuadrantes de 50 × 50 m cada uno, donde se obtienen datos dendrométricos y de regeneración (Manzanilla 1981). Los sitios presentan suelos de la serie Kacab (correspondiente al grupo Rendzina del sistema FAO), y fueron seleccionados de manera que tuvieran edades y formas de alteración conocidas, seleccionándose áreas en que fue aplicado el sistema roza-tumba-quema, las cuales en 1981 tenían 6, 12 y 18 años de haber sido intervenidas, estableciéndose un sitio en cada edad. Los datos que se utilizaron para determinar las características de cada sitio y el análisis estadístico de las relaciones fueron obtenidos de la siguiente manera:

Especie y número de individuos; se numeró a los árboles progresivamente en cada uno de los cuadrantes, tomándose el nombre y muestra botánica para su identificación en gabinete, continuando con la numeración de cada cuadrante para identificar a los individuos que se incorporaban.

Diámetro normal (d_n); se obtuvo a 1.3 m, sobre el nivel del suelo, de todos los individuos con d_n mayor a 7.5 cm, con una aproximación al milímetro, utilizándose para ello una cinta diamétrica.

Diámetro de copa (d_c); se determinó tomando cuatro medidas de radio, en dirección de los puntos cardinales, obteniendo las lecturas a partir del tronco del árbol, con una aproximación al decímetro, utilizando reglas de madera de 3 m.

Altura total y fustal (A_t y A_f); se obtuvieron realizando mediciones con reglas e hipsómetros (pistola Haga), con una aproximación de 0.5 m.

Se consideraron tres mediciones de los sitios, de manera que la estructura de edades para el sitio uno fueron de 7, 10 y 14 años, para el sitio dos de 13, 16 y 20 años y para el sitio tres de 19, 22 y 26 años, correspondientes a los años de 1982, 1985 y 1989 respectivamente (Cuadro 1).

CUADRO 1. Estructura de edades de los sitios permanentes y sus años de medición.

Sitio	Edad	Año de Medición
1	7	1982
1	10	1985
1	14	1989
2	13	1982
2	16	1985
2	20	1989
3	19	1982
3	22	1985
3	26	1989

Las especies se seleccionaron de acuerdo a su abundancia y presencia en todas las edades (Cuadro 2). En esta fase se depuró la base de datos, eliminando los individuos incorporados y algunos que presentaban mediciones incongruentes, debidas probablemente a diferencias en el criterio de medición.

CUADRO 2. Especies seleccionadas para explicar el comportamiento de su relación de áreas.

Especie	Nombre común
<i>Spondias mombin</i>	jobo
<i>Lysiloma bahamensis</i>	tzalam
<i>Dendropanax arboreus</i>	sakchaca
<i>Bursera simaruba</i>	chaca
<i>Cochlospermum vitifolium</i>	pochote
<i>Lonchocarpus castilloi</i>	machiche
<i>Vitex gaumeri</i>	ya'axnik
<i>Piscidia communis</i>	jabin

De las variables obtenidas en campo se elaboró la relación de áreas como se indica enseguida, considerando que la copa del árbol se puede representar geoméricamente por un cilindro.

Se calcula el área de la superficie y el volumen contenido en el cilindro formado por el diámetro y profundidad de la copa. Para encontrar el área mínima de la superficie del cilindro que contiene el mismo volumen formado por las variables reales se tiene que el volumen (1) y el área (2) del cilindro de la copa son:

$$V = (\pi/4)d_c^2 h_c = \pi r_c^2 h_c \quad (1)$$

$$A = 2\pi r_c h_c + 2\pi r_c^2 = 2\pi r_c (h_c + r_c) \quad (2)$$

Donde:

V: volumen de copa,

r_c : radio de copa,

h_c : altura de copa,

d_c : diámetro de copa.

De (1) se tiene,

$$h_c = V/(\pi r_c^2) \quad (3)$$

Sustituyendo en (2) el valor de h_c :

$$A = 2\pi r_c \left(\left(\frac{V}{\pi r_c^2} \right) + r_c \right) = 2(V/r_c) + 2\pi r_c^2 \quad (4)$$

La derivada de A con respecto a r_c es:

$$\frac{dA}{dr_c} = 4\pi r_c - \frac{2V}{r_c^2} \quad (5)$$

Para encontrar los puntos críticos de A respecto a r_c se iguala (5) a cero y se obtiene:

$$r_{\min} = (V/2\pi)^{1/3} \quad (6)$$

La segunda derivada de A respecto a r_c es:

$$\frac{d^2A}{dr_c^2} = 4\pi + \frac{4V}{r_c^3} \quad (7)$$

Substituyendo el valor de r_{\min} en la variable r_c de esta última expresión se puede ver que la segunda derivada es positiva y por tanto que en r_{\min} la expresión (4) es mínima para el volumen dado V. Para determinar la altura que proporciona el área mínima se substituye en la fórmula (3) el valor de r_{\min} , resultando,

$$h_{\min} = \left(\frac{4V}{\pi} \right)^{1/3} \quad (8)$$

Note que el diámetro que proporciona la superficie con área mínima del cilindro en cuestión es $d_{\min} = 2r_{\min} =$

$$2 \times (V/2\pi)^{1/3} = \left(\frac{4V}{\pi} \right)^{1/3} = h_{\min}. \text{ Así, para un cilindro de}$$

volumen fijo V, el área mínima de su superficie se obtiene cuando la altura h es igual al diámetro d de este cilindro y, por supuesto, $h = h_{\min}$ y $d = d_{\min}$. En el caso que se estudia y suponiendo que la copa pueda ser considerada como un cilindro, se tendrá un área mínima en la superficie de exposición cuando la altura de copa sea igual al diámetro de copa.

La eficiencia se calcula dividiendo el área mínima entre el área real, así:

$$E = \frac{A_m}{A_r} \quad (9)$$

Después de haber calculado los valores de la eficiencia, con la finalidad de hacer las pruebas estadísticas de los valores medios, se realizaron los análisis de varianza sobre la transformación angular \sqrt{E} , que es la apropiada para proporciones (Steel y Torrie, 1988), y de este modo conocer si hay diferencias significativas a través del tiempo. Enseguida, a las especies que presentaron diferencias en sus valores medios, se les ajustó un modelo empírico de crecimiento de Schumacher:

$$E = ae^{-b/t}$$

Donde:

E : Eficiencia,

t : Edad,

a, b : Parámetros del modelo,

e : Base de los logaritmos naturales.

Como el máximo valor que puede alcanzar el parámetro a es igual a uno, el modelo se ajustó con este valor, quedando $E = e^{-b/t}$

Una vez estimado el parámetro b y habiendo definido un nivel de eficiencia de 0.97 (**Eficiencia Mínima Aceptable**), que corresponde a la media de los valores medios de la relación obtenida de los individuos, se procedió a calcular la edad en que la especie alcanza dicha *EMA*.

La edad anterior se calcula despejando del modelo la edad y substituyendo E por la *EMA*, así:

$$t = -b/\ln(\text{EMA})$$

Donde \ln es la función logaritmo natural.

RESULTADOS

La eficiencia, combinando todas las edades y todas las especies, presentó el valor medio de 0.968, el máximo de 1.00 y el mínimo de 0.64. Se observa, por el promedio de los individuos en las especies, que éstas son muy eficientes, aunque algunos individuos no lo son hasta en un 36% (Cuadro 3).

CUADRO 3. Estadísticos descriptivos de la relación de áreas en ocho especies de vegetación secundaria derivada de selva mediana subperennifolia.

Especie	Núm.	Mín.	Máx.	Media	D.E.	C.V.
<i>Spondias mombin</i>	51	0.88	1.00	0.98	0.030	3.08
<i>Lysiloma bahamensis</i>	777	0.68	1.00	0.95	0.042	4.44
<i>Dendropanax arboreus</i>	173	0.73	1.00	0.98	0.044	4.50
<i>Bursera simaruba</i>	195	0.70	1.00	0.96	0.042	4.40
<i>Cochlospermum vitifolium</i>	57	0.82	1.00	0.95	0.042	4.41
<i>Lonchocarpus castilloi</i>	63	0.84	1.00	0.97	0.031	3.23
<i>Vitex gaumeri</i>	42	0.88	1.00	0.98	0.024	2.49
<i>Piscidia communis</i>	332	0.64	1.00	0.98	0.037	3.82

Núm: número de árboles; Mín: valor mínimo; Máx: valor máximo; D.E.: desviación estándar; C.V.: coeficiente de variación.

Los resultados de los análisis de varianza de cada especie considerando a las edades como los niveles de un factor se presentan en el Cuadro 4 en el que se observa que *Spondias mombin*, *Cochlospermum vitifolium* y *Lonchocarpus castilloi* no presentan diferencias significativas mientras que las cinco especies restantes sí las presentan, por lo que, en estas últimas cuando menos uno de los valores medios de la eficiencia es diferente a través del tiempo y son, consecuentemente, las que se eligen para el análisis del comportamiento de esta eficiencia en el tiempo.

CUADRO 4. Significancia de la eficiencia a través del tiempo en el análisis de varianza por especie.

Especie	Eficiencia
<i>Spondias mombin</i>	NS
<i>Lysiloma bahamensis</i>	**
<i>Dendropanax arboreus</i>	**
<i>Bursera simaruba</i>	**
<i>Cochlospermum vitifolium</i>	NS
<i>Lonchocarpus castilloi</i>	NS
<i>Vitex gaumeri</i>	**
<i>Piscidia communis</i>	**

** significativo al 0.01; NS: no significativo.

A las especies cuya eficiencia resultó significativamente diferente a través del tiempo, se ajustó ésta al modelo de crecimiento de Schumacher. En el Cuadro 5 se reporta el número de observaciones, el coeficiente de determinación (R^2), cuadrado medio del error, significancia del modelo, estimación del parámetro y la significancia estadística de éste.

CUADRO 5. Resultados del ajuste del modelo de Schumacher sobre la eficiencia.

Especie	Número	R^2	CME	Modelo	b
<i>Lysiloma bahamensis</i>	777	0.452	0.00243	**	0.493**
<i>Dendropanax arboreus</i>	173	0.416	0.00203	**	0.692**
<i>Bursera simaruba</i>	194	0.342	0.00239	**	0.490**
<i>Vitex gaumeri</i>	42	0.663	0.00039	**	0.369**
<i>Piscidia communis</i>	327	0.310	0.00167	**	0.462**

CME: cuadrado medio del error; **: significancia al 0.01.

En todas las especies el modelo es significativo, los R^2 razonables, los CME pequeños y las estimaciones del parámetro significativas, lo cual muestra que los ajustes en todos los casos son adecuados.

Asimismo, de acuerdo con el valor del parámetro b , se tiene que, entre menor sea se alcanza más rápidamente la edad en que ocurre la *EMA*.

De las edades en que se alcanza el *EMA* se tiene que *Vitex gaumeri* lo hace a los 12.1 años, seguida de *Piscidia communis* a los 15.2 años, *Bursera simaruba* a los 16.1 años, *Lysiloma bahamensis* a los 16.2 años, y por último *Dendropanax arboreus* a la edad de 22.7 años (Cuadro 6).

CUADRO 6. Valores de diámetro e incremento medio antes y después de alcanzar la *EMA*.

Especie	Edad		Diámetro (cm)		Incremento medio anual	
	<i>EMA</i>	Edad <i>EMA</i>	26 años	Antes <i>EMA</i>	Después <i>EMA</i>	
<i>Lysiloma bahamensis</i>	16.20	15.16	23.30	0.94	0.83	
<i>Dendropanax arboreus</i>	22.72	16.46	17.79	0.73	0.41	
<i>Bursera simaruba</i>	16.10	12.68	15.07	0.79	0.24	
<i>Vitex gaumeri</i>	12.11	10.02	15.43	0.83	0.40	
<i>Piscidia communis</i>	15.17	10.95	13.60	0.72	0.25	

EMA: eficiencia mínima aceptable.

En general, para las especies estudiadas, la edad a la que ocurre el *EMA* coincide con la edad en la que ocurre una disminución del incremento medio anual.

CONCLUSIONES

Tres especies, *Spondias mombin*, *Cochlospermum vitifolium* y *Loncocarpus castilloi*, no mostraron diferencias

significativas en su eficiencia a lo largo del horizonte de tiempo estudiado. Del Cuadro 3 puede observarse que los valores mínimo y medio de la relación de áreas para estas tres especies son altos, sugiriendo que alcanzan la edad a la que ocurre la *EMA* rápidamente, posiblemente antes de 10 años, ya que el estudio se inicia con edades de 7 años.

Para las otras especies se puede apreciar que esta medida de eficiencia se comporta como una variable de crecimiento sobre la cual puede observarse cuándo el árbol llega a cierto estado de madurez -el incremento medio anual en el diámetro normal disminuye en forma importante- mediante una regla sencilla que consiste en observar si el diámetro de copa es igual a la altura de copa, ya que en este caso se tendrá la mínima área en la superficie del cilindro generado por dichas medidas. De este modo, midiendo estas dos características de la copa, se puede decidir sobre el aprovechamiento del árbol en un plan de manejo.

LITERATURA CITADA

- CEDEÑO, S. O., 1981. Campo Experimental "El Tormento", Campeche, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales. Segunda Edición. Ciencia Forestal 1 (3): 75-82.
- GARCÍA, E., 1973. Modificaciones a la clasificación climática de Köppen con adaptaciones a las condiciones de la República Mexicana. Segunda Edición. Instituto de Geografía, U.N.A.M. 246 p.
- MANZANILLA, B. H., 1980. Los sitios permanentes de investigación silvícola. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales. Departamento de Manejo de Bosques Naturales. Guadalajara, Jalisco, México. 97 p. (mimeografiado).
- STEEL, R. G., TORRIE, J. H., 1988. Bioestadística: Principios y procedimientos. Traducción al español por Ricardo Martínez B. McGraw-Hill. 622 p.