

ANÁLISIS MATEMÁTICO PARA ELEVAR LA EFICIENCIA DE LOS ASERRADEROS CON SIERRAS DE BANDA

D. Álvarez-Lazo¹; Andrade F. Andrade-Egas²; P. Chávez¹; I. Estévez¹; J. M. García-Delgado³

¹Universidad de Pinar del Río, Cuba.

²Universidad Eduardo Mondale, Mozambique.

³Instituto de Investigaciones Forestales, Cuba.

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo brindar algunas consideraciones para elevar la eficiencia del proceso de transformación mecánica en los aserraderos a partir de la utilización de la herramienta matemática que permitirá el perfeccionamiento del aserrado de la madera.

Con la reducción del corte de apertura del asierre, se eleva la eficiencia de la conversión mecánica de la madera en los aserraderos hasta un rendimiento volumétrico total entre 4.7 y 8.3 %, lo cual posibilita una mejor utilización de la madera como materia prima.

Por otra parte; se desarrolla un procedimiento matemático que permite definir la amplitud del corte de apertura en las trozas, facilitando una mayor utilización de la madera en la zona cercana a la corteza.

PALABRAS CLAVES: madera aserrada, rendimiento, corte de apertura, diámetro, troza.

MATHEMATICAL ANALYSIS TO IMPROVE EFFICIENCY OF THE SAWMILLS WITH BANDSAW

SUMMARY

This paper offers some considerations on the efficiency of the process of mechanical transformation in sawmills based on the use of mathematics as a tool to improve sawing lumber.

By reducing the width of the cut, efficiency of the mechanical conversion of lumber in the sawmills can increase up to 4.7 and 8.3%, making better use of the raw material possible.

Also, a mathematical procedure is developed to define the width of the cut in the log to facilitate use of more of the wood next to the bark.

KEY WORDS: lumber, yield, best opening face, diameter, log.

INTRODUCCIÓN

De acuerdo con Brown y Bethel (1987), un aserrado eficiente y racional es aquel en que, entre otras cosas, los cortes se realizan de tal forma que se obtenga, a partir de la troza, una mayor cantidad y calidad de madera aserrada. A nivel mundial se han implementado diferentes tecnologías que permiten mejorar los indicadores de la eficiencia en los aserraderos, desde las basadas en la aplicación de prácticas de aserrado, apoyándose fundamentalmente en la pericia y habilidad del personal técnico del aserradero y en las características de la materia prima, hasta las que

parten de programas de optimización que son capaces de analizar diferentes variables y tomar decisiones de aserrado en un corto intervalo como los desarrollado por Hallock y Lewis (1976), que ha sido mejorado hasta el punto de analizar 19 variables para la localización del corte de apertura de la troza, según Willinston (1981).

Es importante señalar que la aplicación de los procedimientos antes señalados, así como de otros sistemas de optimización como los desarrollados por Maclaen (1981), Todoroki (1990); requieren de la utilización de equipos electrónicos para determinar el corte óptimo; lo

cual no corresponde con las condiciones de muchos países que no disponen del capital suficiente para adquirir estas tecnologías; por lo que a partir de la maquinaria existente se deben aplicar procedimientos de aserrado factibles en condiciones reales que conlleven a elevar la eficiencia de conversión.

El presente trabajo tiene como objetivo brindar algunas consideraciones para elevar la eficiencia del proceso de transformación mecánica en los aserraderos en Cuba, a partir de la utilización de la herramienta matemática en la determinación de la influencia del corte de apertura sobre la eficiencia del proceso. Esta investigación sólo incluye establecimientos con sierras banda, por ser el tipo de aserradero más difundido tanto a nivel provincial, como a nivel nacional, a partir de las múltiples ventajas que proporciona; como son la estrecha vía de corte, la alta calidad del producto final, así como la posibilidad de procesar trozas de grandes dimensiones y la aplicación de esquemas de aserrado muy flexibles, de acuerdo con las características de la materia prima.

METODOLOGÍA UTILIZADA

El presente trabajo se llevó a cabo en tres empresas forestales pertenecientes a la provincia de Pinar del Río, Cuba en el extremo occidental de la isla: Empresa Forestal Integral Macurije, Empresa Forestal Integral Pinar del Río y Empresa Forestal Integral Costa Sur; incluyendo cuatro aserraderos de sierra de banda: Combate de la Tenería; Rigo Fuentes, Álvaro Barba y Francisco Donatien. Las citadas empresas presentan una gran perspectiva relacionada con la producción de madera en rollo de coníferas, particularmente de *Pinus caribaea var caribaea*.

Efecto sobre la conversión de la madera aserrada de la correcta determinación del corte de apertura.

El muestreo fue diseñado siguiendo el procedimiento empleado por Willits y Fahey (1991) y Parry (1996), con la finalidad de seleccionar muestras representativas de la variación de las trozas suministradas a los aserraderos (Cuadro 1); el mismo, se efectuó mediante la toma de dos

muestras de trozas en el patio de cada uno de los aserraderos.

El primer grupo de trozas fue procesado siguiendo el método tradicional empleado diariamente en nuestros aserraderos, donde el aserrador determina según su criterio la ubicación del corte de apertura; constituyendo la variante actual de aserrado.

El segundo grupo de trozas fue procesado tratando de reducir en lo posible el ancho de corte de apertura hasta el rango de 11-13 cm (Variante propuesta de aserrado), coincidiendo en este aspecto con los planteamientos de Egas (1998).

En ambas variantes las trozas fueron procesadas de forma que permita obtener los surtidos comúnmente producidos en los aserraderos en Cuba.

El parámetro seleccionado para determinar la eficiencia del proceso es el rendimiento volumétrico total, que se determina a través de la siguiente expresión matemática:

$$R_v = \left(\frac{V_{ma}}{V_t} \right) * 100 \quad (1)$$

donde:

R_v - Rendimiento volumétrico total, %

V_{ma} - Volumen de madera aserrada, m^3

V_t - Volumen de madera en trozas, m^3

El volumen de madera aserrada total en cada troza en los aserraderos, se determina sobre la base de las mediciones lineales obtenidas de madera aserrada de acuerdo con las expresiones que se exponen a continuación.

$$V_{ma} = \sum_{i=1}^n (a_i * g_i * l_i) \quad (2)$$

donde:

CUADRO 1. Características generales de las muestras obtenidas.

Aserraderos	Variante actual			Variante propuesta				
	N	D _{medio} ¹ (cm)	D _{min} (cm)	D _{max} (cm)	N	D _{medio} (cm)	D _{min} (cm)	D _{max} (cm)
Rigo Fuentes	104	17.2	8.3	31.9	125	17.2	8.0	32.0
Alvaro Barba	280	18.0	11.5	27.6	190	18.4	10.8	27.8
Francisco Donatien	330	18.0	7.5	29.1	375	11.2	7.4	29.4
C. Tenería	131	21.2	16.4	35.5	72	23.8	20.1	36.6

N- número de trozas; D_{medio} – Diámetro medio de las trozas; D_{minimo} – Diámetro mínimo de las trozas; D_{maximo} – Diámetro máximo de las trozas

V_{ma} - Volumen de madera aserrada de una troza (m^3);

a_j, g_j, l_j - Ancho, grueso y longitud de la pieza i obtenida de una troza o grupo de troza (m);

n - Número de piezas aserradas de una troza

El volumen en bruto de cada troza se efectuó a través del método del centroide para trozas de la base (Wiant *et al.*, 1992) y la ecuación de Newton para las trozas de las secciones superiores del fuste. Egas y Álvarez (1997)

Método del centroide:

$$V = G_r * L + \frac{1}{2} * b_1 * L^2 + \frac{1}{3} * b_2 * L^3 \quad (3)$$

Donde

V - volumen de madera de la troza (m^3);

G_r - Área de la sección transversal del extremo menor de la troza (m^2);

L - Longitud de la troza (m)

$$b_1 = (G_b - G_r - b_2 * L^2)/L \quad (4)$$

$$b_2 = [G_b - G_{cent} * L/e - G_r * (1 - L/e)/(L^2 - L * e)] \quad (5)$$

L - Longitud de la troza, (m)

G_r - Área de la sección transversal en el extremo menor diámetro de la troza (m^2)

G_b - Área de la sección transversal del extremo mayor de la troza (m^2);

G_{cent} = Área de la sección transversal en el centro del volumen de la troza (m^2) determinada a la distancia q a partir de la base, donde:

$$q = L - [(((D_b/D_r)^4 + 1)^{0.5} - 2^{0.5}) / (2^{0.5} * ((D_b/D_r)^2 - 1) * L)] \quad (6)$$

$$e = L - q \quad (7)$$

q - localización del centro de volumen a partir del diámetro mayor de la troza

e - distancia entre 0 y L medida desde el extremo mayor de la troza

D_b - Diámetro en el extremo de mayor dimensión de la troza, m

D_r - Diámetro en el extremo de menor dimensión de la troza, m

En cuanto al ajuste de los modelos matemáticos para

predecir los rendimientos volumétricos, la experiencia reportada por los trabajos de Plank (1985), Willits y Fahey (1991) y, Parry (1996); refiere que la relación de la eficiencia de la conversión con el diámetro es mejor representada por ecuaciones polinómicas, empleando el diámetro en el extremo delgado y las combinaciones de D^2 , $1/D$ y $1/D^2$ como variables predictoras.. Los modelos probados en este caso son:

$$Y = b_0 + b_1 * D \quad (8)$$

$$Y = b_0 + b_1 * D^2 \quad (9)$$

$$Y = b_0 + b_1 * D^2 + b_2 * D^2 \quad (10)$$

$$Y = b_0 + b_1 * 1/D \quad (11)$$

$$Y = b_0 + b_1 * 1/D + b_2 * 1/D^2 \quad (12)$$

$$Y = b_0 + b_1 * D + b_2 * 1/D + b_3 * 1/D^2 \quad (13)$$

Donde b_0 , b_1 , b_2 y b_3 son coeficientes de regresión; así como Y es el parámetro que caracteriza la eficiencia de conversión.

El coeficiente de determinación y el valor de F fueron los principales indicadores empleados para la selección de los mejores modelos. Las pruebas estadísticas se realizan para ($\alpha=0,05$).

Ahora bien, conociendo que a los aserraderos de Cuba llegan trozas de diferentes diámetros, es muy importante por lo tanto desarrollar un procedimiento matemático que posibilite la determinación de la amplitud del corte de apertura en dependencia del diámetro de la troza.

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En el Cuadro 2, se presentan los valores promedios de cada indicador de la eficiencia de conversión. Los valores de rendimiento volumétrico promedio obtenidos mediante la variante actual son bajos; sin embargo, al emplear la variante propuesta los valores se encuentran muy por encima del rango 22.8-30.3%, obtenido por Zavala (1981), Kilkki (1992) y Fontes (1995).

El incremento del rendimiento en un más del 7.0 % obtenido en los aserraderos Albaro Barba y Francisco Donatien a través de la mejor ubicación del corte de apertura de las trozas, el cual equivale a un ahorro de no menos del 13 % de la materia prima, mientras que el aumento del rendimiento en más de un 4.0 % obtenido en el aserradero Rigo Fuentes, significa un ahorro de no menos del 7.0 % del volumen de madera en trozas.

En el Cuadro 3, a partir de los resultados obtenidos

CUADRO 2. Valores promedio de diferentes indicadores de la eficiencia de conversiones volumétricas (en porcentaje) obtenido en los diferentes aserraderos.

Aserradero	Variante actual		Variante Propuesta		Diferencia	
	RV	Residuos	RV	Residuos	RV	Residuos
R. Fuentes	45.2	54.80	49.90	50.10	4.7	4.70
A. Barba	43.5	56.50	51.80	48.20	8.30	8,30
F. Donatien	43.5	56.60	50.50	49.50	7.00	7.10
C. de la Tenería	51.3	48.57	60.5	39.50	9.20	9.07

RV – Rendimiento volumétrico de madera aserrada

para la variante propuesta, podemos apreciar que el rendimiento aumenta con el incremento del diámetro de las trozas, coincidiendo con lo planteado por Willits y Fahey (1991), Willits (1994) y Parry (1996).

Además, podemos establecer que la incorrecta localización del corte de apertura tiene una gran repercusión en trozas de pequeñas dimensiones, pues la pérdida de una pieza de 13 mm de dimensión nominal en este tipo de troza influye en mayor medida que en trozas de grandes dimensiones; coincidiendo en este aspecto con Oldknow (1981).

Este hecho debe constituir una reflexión muy importante para los empresarios de la industria del aserrado en el sentido de prestar una mayor atención a la ubicación en las trozas del corte de apertura, conociendo que la tendencia actual está encaminada hacia el aprovechamiento de trozas de pequeño diámetro; con lo cual se puntualizan los criterios de Denig (1995), cuando plantea que un aserrador con buen dominio de los esquemas de corte podrá ejercer fácilmente su trabajo al saber cuál solución aplicar para cada tipo de troza en particular.

Las ecuaciones de mejores resultados para la estimación del rendimiento volumétrico de las trozas a partir de los valores obtenidos se encuentran en el Cuadro 4.

A partir de la gran variabilidad de los diámetros de las trozas que se encuentran en los aserraderos cubanos, exponemos que la magnitud del corte de apertura se obtiene a partir del análisis de los elementos mostrados en la Figura 1.

CUADRO 4. Ecuaciones para la predicción del rendimiento volumétrico (en porcentaje) de madera aserrada.

Aserradero	Variante Propuesta			
	Ecuación	r ²	E	F
R. Fuentes	$Y = 72.606 - 354.797 / D$	0.5310	5.61	175.13
A. Barba	$Y = 71.370 - 346.391 / D$	0.4635	6.32	154.66
F. Donatien	$Y = 71.636 - 349.409 / D$	0.4790	6.24	165.50
C. Tenería	$Y = 85.534 - 586.705 / D$	0.9441	1.60	304.26

D – Diámetro de la troza en el extremo delgado; r² – Coeficiente de determinación; E- Error; F - F_{cal}**CUADRO 3. Valor de rendimiento volumétrico (en porcentaje) en diferentes Aserraderos**

Clase diamétrica	R. Fuentes	A. Barba	F. Donatien	C. Tenería de Guane
10	37.13	36.73	36.70	-
12	43.04	42.50	42.52	-
14	47.26	46.63	46.68	-
16	50.43	49.72	49.80	-
18	52.90	52.13	52.22	52.94
20	54.87	54.05	54.17	56.20
22	56.48	55.62	55.75	58.87
24	57.82	56.94	57.08	61.09
26	58.96	58.05	58.20	62.97
28	59.93	59.00	59.16	64.58
30	60.78	59.82	59.99	65.98

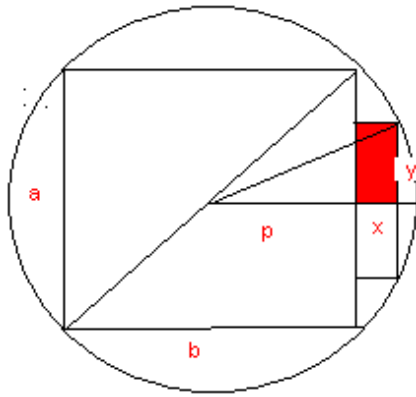


Figura 1. Representación de los diferentes parámetros utilizados en la determinación del corte de apertura de las trozas a partir de sierras de banda.

$$A_c = ab \tag{14}$$

Donde:

A_c – Rectángulo de mayor área que se puede inscribir en la circunferencia

$$\begin{aligned} d^2 &= a^2 + b^2 \\ b^2 &= d^2 - a^2 \\ b &= \sqrt{d^2 - a^2} \end{aligned} \tag{15}$$

Sustituyendo (15) en (14)

$$A_c = a\sqrt{d^2 - a^2} \text{ F. O. expresado en término de la variable } a$$

$$\frac{dA_c}{da} = \frac{d^2 - 2a^2}{\sqrt{d^2 - a^2}} \text{ Hallar los ceros de } \frac{dA_c}{da} = 0$$

$$d^2 - 2a^2 = 0 \quad a = \frac{\sqrt{2d}}{2} \quad a = -\frac{\sqrt{2d}}{2}$$

Como $d=2r$

$$a = \sqrt{2r} \tag{16}$$

Aplicando el criterio de la segunda derivada

$$\frac{d^2 A_c}{da^2} = \frac{a(2a^2 - 3d^3)}{(d^2 - a^2)^{3/2}} \tag{17}$$

Como $-8r$ es menor que cero para todo r positivo entonces podemos garantizar que $a = \sqrt{2}r$ es máximo

Tenemos que $P = \frac{a}{2}$ entonces se obtiene $P = \frac{\sqrt{2}}{2}r$

$$A_r = 2(x \cdot y_1) \tag{18}$$

$$A_1 = x \cdot y_1 \tag{19}$$

$$y_1 = \sqrt{r^2 - (p+x)^2} \tag{20}$$

Sustituyendo (20) en (19) obtenemos

$$A_1 = x \cdot \sqrt{r^2 - (p+x)^2}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} = \left(x\sqrt{r^2 - (p+x)^2} \right)'$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} = \frac{-2x^2 - 3px + r^2 - p^2}{\sqrt{r^2 - (p+x)^2}}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} = 0$$

$$-2x^2 - 3px + r^2 - p^2 = 0$$

$$x = -\frac{\sqrt{(p^2 + 8r^2)} + 3p}{4} \quad x = \frac{\sqrt{(p^2 + 8r^2)} - 3p}{4}$$

Como $p = \frac{\sqrt{2}r}{2}$ (21)

$$\frac{\sqrt{\left(\left(\frac{\sqrt{2}r}{2}\right)^2 + 8r^2\right)} - 3 \cdot \frac{\sqrt{2}r}{2}}{4}$$

$$0,7288689868 * |r| - 0,5303300858 * r$$

Como r es positivo nos queda que:

$$0,7288689868 * r - 0,5303300858 * r$$

$$x = 0,1985389009 r \tag{22}$$

Tenemos que comprobar que $x = 0.1985389009r$ es la máxima, por lo que aplicando el criterio de la segunda derivada tenemos que:

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} = \left(\frac{-2x^2 - 3px + r^2 - p^2}{\sqrt{r^2 - (p+x)^2}} \right)' x$$

$$\frac{2x^3 + 6px^2 + 3x(2p^2 - r^2) + 2p(p^2 - r^2)}{(-x^2 - 2px - p^2 + r^2)^{3/2}} \quad (23)$$

Sustituyendo (21) y (22) en (23) obtenemos que $-6.875550801 r < 0$ es menor que cero para todo r positivo entonces podemos garantizar que $x = 0.1985389009 r$ es de máxima

Sustituyendo (21) y (22) en (20) se obtiene que:

$$Y_1 = 0.4240352562 r \quad (24)$$

teniendo en cuenta que es $2y_1 = y = 2(0.4240352562r)$ (24)

$$y = 0.9 r \quad (25)$$

Esta expresión permite determinar por dónde se debe dar el primer corte de apertura, como aspecto determinante en la elevación de la eficiencia del proceso de aserrado, ya que este procedimiento posibilita obtener un mayor número de piezas aserrada de la zona cercana a la corteza; reduciendo el volumen de residuos por cada troza procesada.

CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados alcanzados en el trabajo llegamos a las siguientes conclusiones:

El diámetro de las trozas es considerado un factor de gran influencia sobre el rendimiento de madera aserrada, demostrándose que existe una relación lineal entre ambas variables.

La reducción del ancho de corte de apertura constituye una alternativa para elevar la eficiencia de conversión debido a una reducción de los volúmenes de residuos durante la limpieza de la troza.

La aplicación de la variante de aserrado conlleva al incremento del rendimiento volumétrico total entre 4.7 y 8.3 % lo cual posibilita una mejor utilización de la madera como materia prima.

La expresión matemática $y = 0.9 r$; posibilita definir con exactitud la amplitud del corte de apertura de las trozas

durante el procesamiento primario en los aserraderos, lo cual posibilitará aumentar la eficiencia del proceso de transformación en los aserraderos.

LITERATURA CITADA

- BROWN, N. C.; BETHEL, J. S. 1987. La industria maderera. Editorial Limusa. México. 397 pp.
- DENIG, J. 1995. Hardwood sawing fundamentals: key to increasing dollar recovery. Nort Carolina Cooperative Extension Service. USA. 16 pp.
- EGAS, A. F.; ALVARES, D. 1997. Comparación de distintos métodos de cubicación de trozas de la base del fuste de *Pinus caribaea* var. *carivaea*. Rev. de Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales 6(1): 366-378.
- EGAS, A. F. 1998. Consideraciones para el incremento de la eficiencia de la conversión de la madera en rollo de *Pinus caribaea* var *caribaea* en sierra de banda. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Forestales. Universidad de Pinar del Río. Cuba. 100 pp.
- FONTES, P. J. 1995. The energetic use of the residues generated by the pine sawmills. In: Caring for the Forest: IUFRO XX World Congress, Tampere. Finland. 175 p
- HALLOCK, H.; LEWIS, W. 1976. Increasing softwood dimension yield from small logs Best Opening face. USDA Forest Service research. Madison, Wis. 11 pp
- KILKKI, R. 1992. Reduction of wood waste by small-scale log production and conversion in tropical high forest. FAO. Forest Harvesting Case-Study (1). Rome. 24 p.
- MACLEAN, D. 1981. The effect of sweep on yield. In: Proceedings of North American Sawmill&Panel Clinic. USA. 44-49 p
- OLDKNOW, D. E. 1981. Optimization throughout the mill. In: Proceeding of the North American Sawmill & Panel Clinic. USA. 84-99 p
- PARRY, D. L. 1996. Lumber recovery and deterioration of beetle-killed Douglas-Fir and Grand Fir in the Blue Mountain of Eastern Oregon. USDA Forest Service Research Paper. PNW-GTR-376. Pacific Northwest Research Station. Portland. Oregon. USA. 24 pp.
- PLANK, M. E. 1985. Lumber recovery from ponderosa pine in the Black Hills. South Dakota. USDA Forest Service Research Paper. PNW-328. Pacific Northwest Research Station. Portland. Oregon. USA. 14 pp.
- TODOROKI, C. L. 1990. Autosaw system for sawing simulator. New Zealand Journal of Forestry Science 18 (1): 116-123
- WIANT, J.; WOOD, G. B.; FURNIVAL, G. M. 1992. Estimating log volume using the centroid position. Forest Science 38 (1): 87-191
- WILLISTON, E. D. 1981. Small log sawmills. Ed. Millan Freedman. USA. 367 pp.
- WILLIST, S.; FAHEY, T. D. 1991. Sugar pine utilization: A 30 year transition. USDA Forest Service Research paper PNW-RP-438. Pacific Northwest Research Station. Portland. Oregon. USA. 21 pp.
- WILLIST, S. 1994. "Black Bark" ponderosa pine: tree grade definition and value comparison with old-growth tree. Western Journal of Applied Forestry 9 (1): 8-13.
- ZAVALA, D. 1981. Analysis of the sawmilling practices in the state of Durango, Mexico. Tesis de Maestría. University of British Columbia. Vancouver. B. C. Canadá. 91 pp.