

PREDICCIÓN DEL RENDIMIENTO EN MASAS DE DENSIDAD EXCESIVA DE *Pinus durangensis* Mtz. EN EL ESTADO DE DURANGO

J. C. Monárrez-González; H. Ramírez-Maldonado

División de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma Chapingo, Km. 38.5 Carretera México-Texcoco, Chapingo, Estado de México. C. P. 56230. México.

RESUMEN

Se generaron ecuaciones para estimar el rendimiento en volumen de madera para *Pinus durangensis* en Durango, para arbolado con densidad excesiva.

PALABRAS CLAVE: rendimiento, densidad excesiva, *Pinus durangensis*, modelos de crecimiento.

PREDICTION OF THE YIELD IN MASSES OF EXCESSIVE DENSITY OF *Pinus durangensis* Mtz. IN THE DURANGO, STATE

SUMMARY

A set of yield estimation equations was generated, for *Pinus durangensis* in the state of Durango, Mexico, for over-stocked natural stands.

KEY WORDS: yield, over-stocked density, *Pinus durangensis*, growth models.

INTRODUCCIÓN

La determinación de la edad de cosecha y regímenes de manejo óptimos son algunos de los requisitos y de las decisiones más importantes que enfrentan quienes administran los recursos forestales al planificar el proceso de producción primario. Los modelos de crecimiento y rendimiento son herramientas que facilitan la toma de decisiones por al menos tres razones: 1) Permiten predecir el rendimiento y consecuentemente optimizar la cosecha del bosque, 2) Permiten evaluar regímenes o tratamientos de manejo alternativos y 3) Pueden emplearse como herramientas para controlar rendimientos. Sin la ayuda de estos instrumentos, es difícil desarrollar planes de manejo forestal bajo criterios de sustentabilidad (Valdez, 2000).

Para hacer más eficiente el manejo de los recursos forestales es importante evaluar el rendimiento de las especies; para ello, la cuantificación y ajuste para obtener tablas de volúmenes, la evaluación de la calidad de sitio, los niveles de densidad y del crecimiento y atributos del rodal, son sustantivos al realizar estudios para la predicción del rendimiento maderable a través del tiempo.

Dado que en el estado de Durango, una de las

especies más importantes por su distribución y calidad de madera es *Pinus durangensis* Mtz., conocido comúnmente como pino cenizo, el presente trabajo de investigación tuvo como meta generar una base cuantitativa que permita realizar un manejo sostenible de la especie; para esto, en una primera etapa se generaron las curvas de crecimiento, la cuantificación del volumen, el desarrollo de los índices de sitio, índices de densidad y finalmente la predicción del rendimiento actual y futuro.

El objetivo de la presente investigación es elaborar un sistema de estimación para predecir el rendimiento de *Pinus durangensis* Mtz. en masas de densidad excesiva de bosques naturales en el estado de Durango. Tales modelos pueden aplicarse, con reservas, para explorar alternativas de manejo.

MATERIALES Y METODOS

Área de estudio

El presente estudio se llevó a cabo en el estado de Durango, México, en poblaciones naturales de *Pinus*

durangensis Mtz., específicamente en el predio particular Sierra del Nayar, ubicado en las coordenadas geográficas 23° 30' y 23° 39' de latitud norte, 104° 53' y 105° 05' de longitud oeste con respecto al meridiano de Greenwich (Consultoría Forestal "Roberto Trujillo", 2000).

El clima de acuerdo al sistema de Koppen modificado por García (1987), se identifica como templado subhúmedo con lluvias en verano, con temperatura media anual entre 12 y 18 °C, y temperatura del mes más frío entre -3 y 18 °C, con una precipitación pluvial en el mes más seco, de menos de 40 mm (García, 1987).

Las asociaciones vegetales comprenden diferentes especies de coníferas y latifoliadas, predominando los géneros *Pinus* y *Quercus*. El género *Pinus* se encuentra representado en orden de importancia por *P. durangensis*, *P. leiophylla*, *P. cooperi*, *P. engelmannii*, *P. ayacahuite*, *P. teocote*, *P. arizonica*, *P. chihuahuana* y *P. lumholtzii*. También ocurren especies del género *Quercus*, *Juniperus* y *Arbutus*.

Para cumplir con el objetivo planteado, el estudio se dividió en las siguientes fases: Toma de datos, Funciones de crecimiento, Funciones de volumen, Funciones de índice de sitio, Funciones de densidad y Predicción explícita del rendimiento.

Toma de datos

Para obtener la información necesaria se derribaron 47 árboles de *Pinus durangensis* Mtz.; a los cuales se les realizó análisis troncal.

Para la determinación de los índices de sitio, se utilizaron las mediciones hechas en el análisis troncal, apoyado con datos de inventario recabados por la Consultoría Forestal responsable del manejo del área.

En la construcción de los índices de densidad se realizaron mediciones en 62 sitios cuadrados de 25 m² de

masas puras y coetáneas en diferentes calidades de sitio de *Pinus durangensis* Mtz., a una densidad donde el espacio de crecimiento es ocupado en forma efectiva para el buen desarrollo del arbolado existente, se asumió que esto ocurre cuando las copas de los árboles se aproximan unas a otras y la mortalidad aún no se manifiesta. En este trabajo se denominó a esta densidad, densidad excesiva, Se buscó que estas condiciones prevalecieran en la muestra abarcando dentro de lo posible las diferentes categorías diamétricas.

Cabe mencionar que al manejar sitios de 25 m², se incurre en una sobrestimación en el número de árboles/hectárea en las categorías diamétricas mayores, de tal manera que éstos podrán representar una densidad similar a la completa tendiendo a máxima, lo cual en términos objetivos resulta imposible definir de manera unívoca, pero en la práctica puede ser al menos una referencia para fincar el análisis que se hace.

La base de datos recabada en su totalidad, fue capturada en el programa EXCEL de Office XP®, para su análisis y posterior aplicación.

Funciones de Crecimiento

Con la finalidad de obtener las curvas de crecimiento y sus respectivas curvas de incremento corriente anual (ICA) e incremento medio anual (IMA), se probaron los siguientes modelos no lineales: Schumacher, Chapman-Richards y la Función Weibull (Cuadro 1).

La ecuación que genera la curva de crecimiento, es la función integral, de tal manera que la curva del incremento corriente anual (ICA), se obtiene tomando la primera derivada de las funciones originales con respecto a la edad.

Para generar la curva del IMA, se dividió la ecuación integral entre la edad.

CUADRO 1. Ecuaciones de Incremento Corriente Anual e Incremento Medio Anual.

Modelo	Función	Incremento corriente anual (ICA)	Incremento corriente medio anual (IMA)
Schumacher	$y = \beta_0 e^{-\beta_1 \left(\frac{1}{t}\right)}$	$ICA = \frac{\beta_1}{t^2} y$	$IMA = \frac{y}{t}$
Chapman-Richards	$y = \beta_0 \left(1 - e^{-\beta_1 t}\right)^{\beta_2}$	$ICA = \frac{\beta_1 \beta_2 e^{-\beta_1 t}}{\left(1 - e^{-\beta_1 t}\right)} y$	$IMA = \frac{y}{t}$
Weibull	$y = \beta_0 \left(1 - e^{-\beta_1 t^{\beta_2}}\right)$	$ICA = \beta_1 \beta_2 t^{\beta_2 - 1} (\beta_0 - y)$	$IMA = \frac{y}{t}$

Fuente: Ayerde, 1996.

Donde: y = Función integral; ICA = Incremento Corriente Anual; IMA= Incremento Medio Anual; t = Edad (años); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ =Parámetros de regresión.

Predicción del rendimiento...

CUADRO 2. Ecuaciones para obtener el punto de culminación del Incremento Corriente Anual (ICA) e Incremento Medio Anual (IMA).

Modelo	Culminación del ICA	Culminación del IMA
Schumacher	$PCICA = \frac{\beta_1}{2}$	$PCIMA = \beta_1$
Chapman-Richards	$PCICA = \frac{\ln(\beta_2)}{\beta_1}$	$\frac{e^{\beta_1 PCIMA}}{\beta_1 PCIMA} = \beta_2$, donde: $PCIMA > PCICA$
Función Weibull	$PCICA = \left(\frac{\beta_2 - 1}{\beta_1 \beta_2} \right)^{\frac{1}{\beta_2}}$	$PCIMA > PCICA$, tal que: $1 + \beta_1 \beta_2 PCIMA^{\beta_2}$

Fuente: Ayerde, 1996.

Donde: $PCICA$ = Punto de culminación del Incremento Corriente Anual; $PCIMA$ = Punto de culminación del Incremento Medio Anual; E = Edad (años); β_0, β_1, β = Parámetros de regresión.

El punto de culminación del ICA, se obtuvo tomando la segunda derivada de la función original con respecto de la edad, o bien, obteniendo la primera derivada de la función del ICA con respecto a la edad, igualando respectivamente a cero y despejando la edad (Cuadro 2).

El punto de culminación del IMA, se obtuvo tomando la primera derivada de la función del IMA con respecto de la edad, igualando a cero y despejando la edad (Cuadro 2).

Finalmente para la elaboración y presentación de las gráficas finales, se utilizó el programa EXCEL de OFFICE XP®.

Funciones de Volumen

Con la utilización de técnicas de regresión lineal simple, múltiple y no lineal, se procedió a ajustar a la base de datos los siguientes modelos lineales y no lineales (Cuadro 3 y 4).

Finalmente una vez seleccionado el mejor modelo, se generó la tabla de volumen, utilizando para su elaboración y presentación el programa EXCEL de Office XP®.

Funciones de índice de sitio

Para generar la familia de curvas de índice de sitio, se utilizaron dos procedimientos: el método de la curva guía y el método de la diferencia algebraica:

Método de la curva guía

Esta técnica consistió en ajustar en forma analítica

CUADRO 3. Modelos lineales sin considerar la forma del árbol, para generar ecuaciones de volumen.

Nombre	Función
De coeficiente mórfico constante	$v = \beta_0 d^2 h$
De la variable combinada	$v = \beta_0 + \beta_1 d^2 h$
De la variable combinada generalizada	$v = \beta_0 + \beta_1 d^2 + \beta_2 h + \beta_3 d^2 h$
Australiana	$v = \beta_0 + \beta_1 d^2 + \beta_2 h + \beta_3 d^2 h$
Meyer modificada	$v = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 dh + \beta_3 d^2 h$
Comprensible	$v = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 dh + \beta_3 d^2 + \beta_4 h + \beta_5 d^2 h$
De Naslund	$v = \beta_0 + \beta_1 d^2 + \beta_2 d^2 h + \beta_3 d^2 + \beta_4 d^2 h$
De Takata	$v = d^2 h / (\beta_0 + \beta_1 d)$

Fuente: Clutter *et al.*, 1983; Romahn *et al.*, 1994; Prodan *et al.*, 1997.Donde: v = Volumen (m^3); d = Diámetro normal (m); h = Altura (m); β_0, β_1, β = Parámetros de regresión.

los modelos matemáticos de Schumacher, Chapman – Richards y Weibull, con la finalidad de obtener una curva promedio o curva guía en la relación altura dominante-edad, a partir de la cual se trazan curvas adicionales, las cuales representan los diferentes índices de sitio, a una edad base determinada.(Cuadro 5).

La edad base utilizada será aquella, donde los árboles alcancen un diámetro comercial con corteza de 25 a 30 cm.

Posteriormente para construir las familias de curvas se despejan los parámetros de valor asintótico o de forma. (Cuadro 6 y 7).

CUADRO 4. Modelos no lineales sin considerar la forma del árbol, para generar ecuaciones de volumen.

Nombre	Función no lineal	Función linealizada
De Schumacher	$v = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$	$\text{Log } v = \log \beta_0 + \beta_1 \log(d) + \beta_2 \log(h)$
Logarítmica con intercepto	$v = \beta_0 + \beta_1 d^{\beta_1} h^{\beta_2}$	No es linealizable
De Korsun	$v = \beta_0 (d + 1)^{\beta_1} h^{\beta_2}$	$\text{Log } v = \beta_0 \log(d+1) + \beta_1 \log(d+1) + \beta_2 \log(h)$
Modelo de Dwigth	$v = \beta_0 d^{\beta_1} h^{(3-b)}$	$\text{Log } v = \beta_0 \log(d) + \beta_1 \log(d) + (3-b) \log(h)$
De la variable combinada	$v = \beta_0 (d^2 h)^{\beta_1}$	$\text{Log } v = \beta_0 \log(d^2 h) + \beta_1 \log(d^2 h)$
Modelo de Thornber	$v = \beta_0 (h/d)^{\beta_1} d^2 h$	$\text{Log } v = \beta_0 \log(d) + \beta_1 \log(h/d) + \log(d^2 h)$
Variable transformada de Honer	$v = \left(d^2 / \left(\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{h} \right) \right) \right)$	No es linealizable
Berkhout	$v = \beta_0 d^{\beta_1}$	$\text{Log } v = \beta_0 \log(d) + \beta_1 \log(d)$
Wenk	$v = g \left(\frac{h^2}{\beta_0 d^{\beta_1}} + \beta_1 d^{\beta_1} \right)$	No es linealizable

Donde: v = Volumen (m³); d = Diámetro normal (m); h = Altura (m); g = Área basal (m²); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parámetros de regresión.

CUADRO 5. Modelos de crecimiento en altura dominante-edad y ecuación de índice de sitio por el método de la curva guía.

Ecuación	Ecuación de crecimiento	Ecuación de Índice de sitio
Schumacher	$h = \beta_0 e^{-\beta_1 \left(\frac{1}{E} \right)}$	$IS = \beta_0 e^{-\beta_1 \left(\frac{1}{EB} \right)}$
Chapman-Richards	$h = \beta_0 \left(1 - e^{-\beta_1 E} \right)^{\beta_2}$	$IS = \beta_0 \left(1 - e^{-\beta_1 EB} \right)^{\beta_2}$
Función Weibull	$h = \beta_0 \left(1 - e^{-\beta_1 E^{\beta_2}} \right)$	$IS = \beta_0 \left(1 - e^{-\beta_1 EB^{\beta_2}} \right)$

Fuente: García, 1998.

Donde: h= Altura dominante (m); E = Edad (años); IS = Índice de sitio (m); EB= Edad base (años); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parámetros de regresión.

CUADRO 6. Ecuaciones para generar la familia de curvas anamórficas y para calificar su índice de sitio, con el método de la curva guía.

Ecuación	Para generar la familia de curvas anamórficas	Para la calificación del índice de sitio
Schumacher	$H = IS e^{\beta_1 \left(\frac{1}{EB} - \frac{1}{E} \right)}$	$IS = H e^{-\beta_1 \left(\frac{1}{EB} - \frac{1}{E} \right)}$
Chapman-Richards	$H = IS \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 E}}{1 - e^{-\beta_1 EB}} \right)^{\beta_2}$	$IS = H \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 EB}}{1 - e^{-\beta_1 E}} \right)^{\beta_2}$
Función Weibull	$H = IS \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 E^{\beta_2}}}{1 - e^{-\beta_1 EB^{\beta_2}}} \right)$	$IS = H \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 EB^{\beta_2}}}{1 - e^{-\beta_1 E^{\beta_2}}} \right)$

Fuente: García, 1998.

Donde: H= Altura dominante (m); E = Edad (años); IS = Índice de sitio (m); EB= Edad base (años); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parámetros de regresión.

CUADRO 7. Ecuaciones para generar la familia de curvas polimórficas y para calificar su índice de sitio, con el método de la curva guía.

Ecuación	Para generar la familia de curvas polimórficas	Para la calificación del Índice de sitio
Schumacher	$H = \beta_0 \left(\frac{IS}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{EB}{E} \right)}$	$H = \beta_0 \left(\frac{H}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{E}{EB} \right)}$
Chapman-Richards	$H = \beta_0 \left(1 - e^{-\beta_1 E} \right)^{\left(\frac{\ln \left(\frac{IS}{\beta_0} \right)}{\ln \left(1 - e^{-\beta_1 EB} \right)} \right)}$	$IS = \beta_0 \left(1 - e^{-\beta_1 EB} \right)^{\left(\frac{\ln \left(\frac{H}{\beta_0} \right)}{\ln \left(1 - e^{-\beta_1 E} \right)} \right)}$
Función Weibull	$H = \beta_0 \left(1 - e^{\left(\frac{E}{EB} \right)^{\beta_2} \ln \left(1 - \frac{IS}{\beta_0} \right)} \right)$	$IS = \beta_0 \left(1 - e^{-\left(\frac{EB}{E} \right)^{\beta_2} \ln \left(1 - \frac{H}{\beta_0} \right)} \right)$

Fuente: García, 1998.

Donde: H= Altura dominante (m); E = Edad (años); IS = Índice de sitio (m); EB= Edad base (años); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parámetros de regresión.

Método de la diferencia algebraica

Al igual que el anterior, este método genera curvas de índice de sitio de tipo anamórficas o polimórficas. El paso inicial consistió en desarrollar en una forma de diferencia algebraica, las ecuaciones de Schumacher, Chapman-Richards y la Weibull, para la altura dominante - edad.

Para generar el tipo de familia de curvas (anamórficas o polimórficas), se identifica el parámetro que las origina, se resuelve dicha ecuación con respecto a ese parámetro, resolviendo para dos mediciones consecutivas de pares de datos altura dominante (h_1 y h_2) y edad (E_1 y E_2), se igualan ambas ecuaciones y se resuelven en términos de la segunda medición (h_2), la cual es ajustada a la base de datos. (Cuadros 8, 9 y 10).

CUADRO 8. Ecuaciones de ajuste por el método de la diferencia algebraica, para obtener curvas anamórficas y polimórficas.

Ecuación	Ecuación de ajuste para las curvas anamórficas	Ecuación de ajuste para las curvas polimórficas
Schumacher	$H_2 = H_1 e^{\beta_1 \left(\frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2} \right)}$	$H_2 = \beta_0 \left(\frac{H_1}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{E_1}{E_2} \right)}$
Chapman-Richards	$H_2 = H_1 \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 E_2}}{1 - e^{-\beta_1 E_1}} \right)^{\beta_2}$	$H_2 = \beta_0 \left(\frac{H_1}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{\ln \left(1 - e^{-\beta_1 E_2} \right)}{\ln \left(1 - e^{-\beta_1 E_1} \right)} \right)}$
Función Weibull	$H_2 = H_1 \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 E_2^{\beta_2}}}{1 - e^{-\beta_1 E_1^{\beta_2}}} \right)$	$H_2 = \beta_0 \left(1 - \left(1 - \frac{H_1}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{E_2}{E_1} \right)^{\beta_2}} \right)$

Fuente: García, 1998.

Donde: H2= Altura dominante a la edad 2 (años); H1= Altura dominante a la edad 1 (años);

E2 = Edad 2 (años); E1 = Edad 1 (años); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parámetros de regresión.

CUADRO 9. Ecuaciones para generar la familia de curvas anamórficas y para calificar su índice de sitio, con el método de la diferencia algebraica.

Ecuación	Para generar la familia de curvas anamórficas	Para la calificación del índice de sitio
Schumacher	$H = IS e^{\beta_1 \left(\frac{1}{EB} - \frac{1}{E} \right)}$	$IS = H e^{\beta_1 \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{EB} \right)}$
Chapman-Richards	$H = IS \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 E}}{1 - e^{-\beta_1 EB}} \right)^{\beta_2}$	$IS = H \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 EB}}{1 - e^{-\beta_1 E}} \right)^{\beta_2}$
Función Weibull	$H = IS \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 E^{\beta_2}}}{1 - e^{-\beta_1 EB^{\beta_2}}} \right)$	$S = H \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 EB^{\beta_2}}}{1 - e^{-\beta_1 E^{\beta_2}}} \right)$

Fuente: García, 1998.

Donde: H= Altura dominante (años); IS = Índice de sitio (años); E= Edad (años); EB = Edad base (años); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ =Parámetros de regresión.

CUADRO 10. Ecuaciones para generar la familia de curvas polimórficas y para calificar su índice de sitio, con el método de la diferencia algebraica.

Ecuación	Para generar la familia de curvas polimórficas	Para la calificación del índice de sitio
Schumacher	$H = \beta_0 \left(\frac{IS}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{EB}{E} \right)}$	$IS = \beta_0 \left(\frac{H}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{E}{EB} \right)}$
Chapman-Richards	$H = \beta_0 \left(\frac{IS}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{\ln(1 - e^{-\beta_1 E})}{\ln(1 - e^{-\beta_1 EB})} \right)}$	$IS = \beta_0 \left(\frac{H}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{\ln(1 - e^{-\beta_1 EB})}{\ln(1 - e^{-\beta_1 E})} \right)}$
Función Weibull	$H = \beta_0 \left(1 - \left(1 - \frac{IS}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{E}{EB} \right)^{\beta_2}} \right)$	$IS = \beta_0 \left(1 - \left(1 - \frac{H}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{EB}{E} \right)^{\beta_2}} \right)$

Fuente: García, 1998.

Donde: H= Altura dominante (años); IS = Índice de sitio (años); E= Edad (años); EB = Edad base (años); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parámetros de regresión.

La edad base utilizada será aquella, donde los árboles alcancen un diámetro comercial con corteza de 25 a 30 cm, como se mencionó anteriormente.

Densidad de Rodales de Reineke (IDRR) y la Relación Área-Árbol (RAA).

Índice de Densidad de Rodales de Reineke

Una vez hecha la captura de datos del número de árboles por hectárea, y el diámetro cuadrático medio de los 52 sitios que representan la densidad normal que será utilizada como norma, se procedió a estimar la línea de

Funciones de densidad

Mediante técnicas de regresión lineal y no lineal, se procedió a ajustar las ecuaciones para el Índice de

referencia y ubicar el diámetro de referencia (25.4 cm), ajustando la siguiente ecuación a la base de datos (Clutter, *et al.*, 1983):

$$N = \beta_0 D_c^{\beta_1}$$

$$\ln N = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln \bar{d}_c$$

Donde:

N = No. de árboles por hectárea

\bar{d}_c = Diámetro cuadrático medio con corteza (cm)

\ln = Logaritmo natural

β_0, β_1 = Parámetros a ser estimados

Posteriormente se graficaron Índices de Densidad de Rodales de Reineke, utilizando las siguientes dos ecuaciones (Husch *et al.*, 1972; citado por Zepeda, 1984):

$$IDRR = N (D_{cr}/D_c)^{\beta_1}$$

$$N = IDRR (D_c/D_{cr})^{\beta_1}$$

Donde:

$IDRR$ = Índices de densidad de rodales de Reineke

N = No. de árboles por hectárea

D_c = Diámetro cuadrático medio con corteza (cm)

D_{cr} = Diámetro cuadrático de referencia (cm)

β_1 = Parámetro estimado

Finalmente para la elaboración y presentación de las gráficas finales, se utilizó el programa EXCEL de Office XP®.

Relación Área-Árbol (RAA)

Una vez realizada la estimación del número de árboles, suma de diámetros y suma de diámetros cuadráticos/hectárea, a una densidad normal, se procedió a estimar los coeficientes de regresión muestral del modelo (Husch *et al.*, 1972; citado por Zepeda, 1984):

$$RAA = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2$$

Donde:

RAA = Relación área-árbol

d = Diámetro con corteza (cm)

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parámetros a ser estimados

Rendimiento actual

Para la predicción del rendimiento actual se usó la fórmula básica del modelo de Schumacher (Clutter *et al.*, 1983):

$$\ln V = \beta_1 + \beta_2 (1/E) + \beta_3 f(Is) + \beta_4 f(ID)$$

Donde:

V = Volumen sin corteza por hectárea (m³)

E = Edad promedio del rodal (años)

$f(Is)$ = Función de Índice de sitio (años)

$f(ID)$ = Función de densidad del rodal

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ = Parámetros estimados

Las ecuaciones basadas en el modelo de Schumacher (Clutter *et al.*, 1983), que fueron ajustadas son:

$$\ln V = \beta_1 + \beta_2 (1/E) + \beta_3 (Is) + \beta_4 (IDRR)$$

$$\ln V = \beta_1 + \beta_2 (1/E) + \beta_3 \ln (Is) + \beta_4 (IDRR)$$

$$\ln V = \beta_1 + \beta_2 (1/E) + \beta_3 (1/Is) + \beta_4 \ln (A)$$

$$\ln V = \beta_1 + \beta_2 (1/E) + \beta_3 (Is) + \beta_4 \ln (A)$$

$$\ln V = \beta_1 + \beta_2 (1/E) + \beta_3 \ln (Is) + \beta_4 \ln (A)$$

$$\ln V = \beta_1 + \beta_2 (1/E) + \beta_3 (Is) + \beta_4 \ln (N) + \beta_5 (1/Is) (IDRR)$$

Donde:

V = Volumen sin corteza por hectárea (m³)

E = Edad promedio del rodal (años)

Is = Índice de sitio (m); a una edad base de 68 años

A = Área basal con corteza por hectárea (m²)

N = Número de árboles por hectárea

$IDRR$ = Índice de Densidad de Rodales de Reineke

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ = Parámetros estimados

La base de datos obtenida de 62 sitios, se ajustó a las ecuaciones ya mencionadas, utilizando el paquete Statistical Analysis System (SAS Institute Inc., 1992), mediante el procedimiento **REG**, por Mínimos Cuadrados, seleccionando el modelo que mejor ajuste obtuvo.

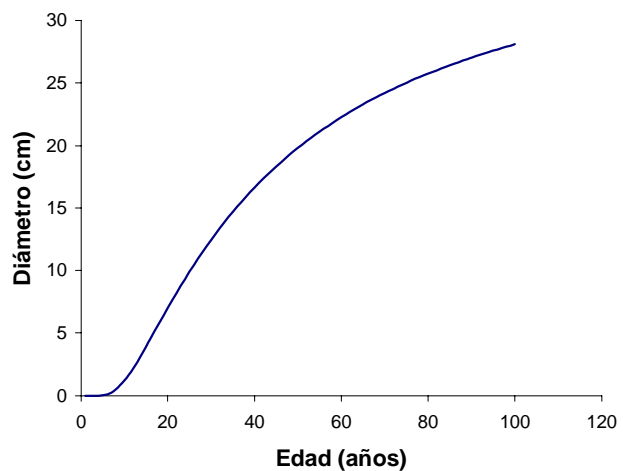
RESULTADOS

Cumpliendo con los objetivos planteados se obtuvieron los siguientes resultados:

Funciones de crecimiento

De los modelos probados, el análisis estadístico evidencia que para la altura total, el mejor modelo resultó ser el de Chapman-Richards y para el diámetro normal el de Schumacher, de acuerdo a los criterios de bondad de ajuste (Suma de Cuadrados del Error, Cuadrado Medio del Error, Pseudo R^2 e Intervalos de confianza de los estimadores), además del análisis gráfico de residuales contra los valores predichos.

De acuerdo a lo anterior, puede observarse que según el modelo de Schumacher para el Diámetro normal, la culminación de ICA sucede a la edad de 17 años y el máximo IMA y punto de intersección donde ICA = IMA sucede a la edad de 35 años, Figura 1 (a). Para Chapman – Richards, el máximo ICA para altura total es a la edad de 15 años y el máximo IMA y punto de intersección donde ICA = IMA es a la edad de 28 años Figura 1 (b).



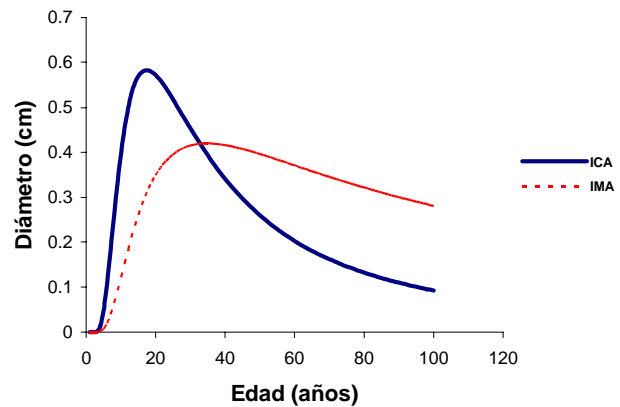
Ecuación de volumen generada

La ecuación que mejor ajuste proporcionó para estimar el volumen fue:

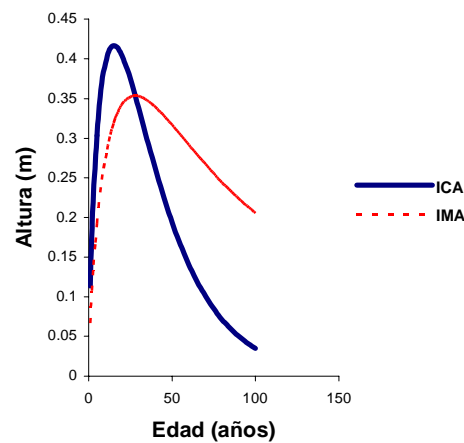
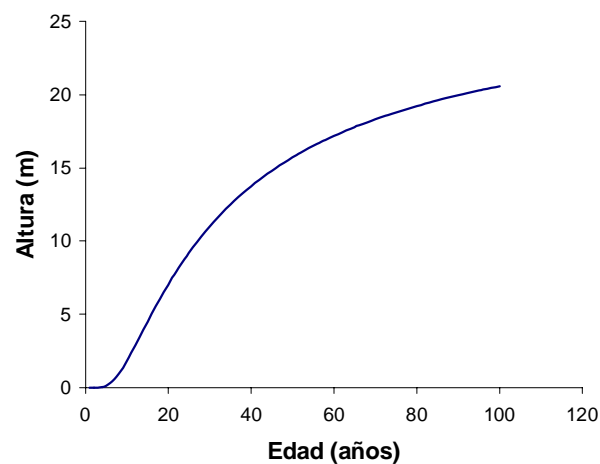
$$V_{ft} = 0.00076 + 0.43023 d^2 h$$

Funciones de Volumen

Con base en el uso de técnicas de regresión lineal simple, múltiple y no lineal, se ajustaron los modelos lineales y no lineales mencionados en el inciso: Funciones de Volumen en el capítulo de Materiales y Métodos. Los modelos no lineales que se linealizaron utilizando la transformación logaritmo natural, se ajustaron con procedimientos de regresión lineal simple o múltiple.



(a)



(b)

Figura 1. Patrones de crecimiento e incremento en diámetro normal (a) y altura total (b), (empleando para el primero el modelo de Schumacher y el modelo de Chapman-Richards para el segundo) de *Pinus durangensis* Mtz. hasta la edad de 100 años, en Durango, México.

Donde:

vft = Volumen fuste total sin corteza (m^3)

d = Diámetro normal sin corteza (m)

h = Altura (m)

Para ajustar este modelo se utilizó una muestra que contempló la medición del grosor de corteza y diámetro normal.

Para esto el modelo ajustado fue:

$$gc = 0.13656 + 0.05188 dcc$$

Donde:

gc = Grosor de corteza (cm)

dcc = Diámetro con corteza (cm)

Funciones de índice de sitio

Se contempló una edad base de 68 años, que es la edad aproximada a la cual se obtiene el diámetro comercial con corteza (25-30 cm).

Observando el ajuste y asumiendo como cierto el polimorfismo del crecimiento de los árboles desarrollándose en diferentes calidades de sitio, el modelo que representa más confiablemente el índice de sitio es el modelo de Chapman-Richards, en su modalidad polimórfica, por el método de la diferencia algebraica (Figura 2):

$$h = 6.3792 \left(\frac{IS}{6.3792} \right)^{\left(\frac{\ln(1-e^{-0.0251E})}{\ln(1-e^{-0.0251EB})} \right)} \quad IS = 6.3792 \left(\frac{h}{6.3792} \right)^{\left(\frac{\ln(1-e^{-0.0251EB})}{\ln(1-e^{-0.0251E})} \right)}$$

Donde:

h = Altura dominante (m)

IS = Índice de sitio (m)

EB = Edad base (68 años)

E = Edad (años)

Funciones de Densidad

La densidad del rodal puede considerarse como el principal factor, después de la calidad de sitio, para determinar la productividad de un sitio forestal, asimismo es el principal factor que el silvicultor puede manejar durante el desarrollo del rodal (Daniel *et al.*, 1982).

Índice de densidad de rodales de Reineke (IDRR)

Para calcular este índice, por métodos de regresión no lineal se estimó la relación funcional entre número de árboles y diámetro cuadrático mediante la relación $N = b_0 d c^{b_1}$, la expresión corresponde a la propuesta por Reineke (1933), citado por Zepeda (1984), la cual fue linearizada a través de una transformación logarítmica $\ln N = \ln b_0 + b_1 \ln dc$ donde: N = No. de árboles por hectárea, dc = Diámetro cuadrático medio, \ln = logaritmo natural, y b_0, b_1 = Parámetros a ser estimados.

La ecuación obtenida es la siguiente:

$$\ln N = 9.55 - 0.658 \ln dc$$

Según Mood *et al.* (1988) y Zepeda *et al.* (1984) citado por García (1998), cuando se realizan transformaciones logarítmicas, se debe utilizar un factor de corrección por transformación logarítmica, por lo que la ecuación queda como:

$$\ln N = 9.62 - 0.658 \ln dc$$

Esta ecuación estima el número de árboles por hectárea, transformándola a su condición original (Figura 3):

$$N = 15063.0499 dc^{-0.658}$$

Donde:

N = Número de árboles

dc = Diámetro cuadrático (cm)

Para la construcción de diferentes Índices de densidad de rodales de Reineke, a partir de la ecuación inicial, se utilizó la siguiente fórmula (Zepeda, 1984):

$$N = IDRR (dc/dcr)^{-0.658}$$

$$IDRR = N (dcr/dc)^{-0.658}$$

Donde:

N = Número de árboles

dc = Diámetro cuadrático

dcr = Diámetro de copa de referencia

La Relación Área –Árbol (RAA)

La Relación Área –Árbol es un índice de estimación de la densidad, el cual se basa en el supuesto de que el área del terreno, "A", ocupada por un árbol de diámetro, "d", puede expresarse por la relación (Figura 4):

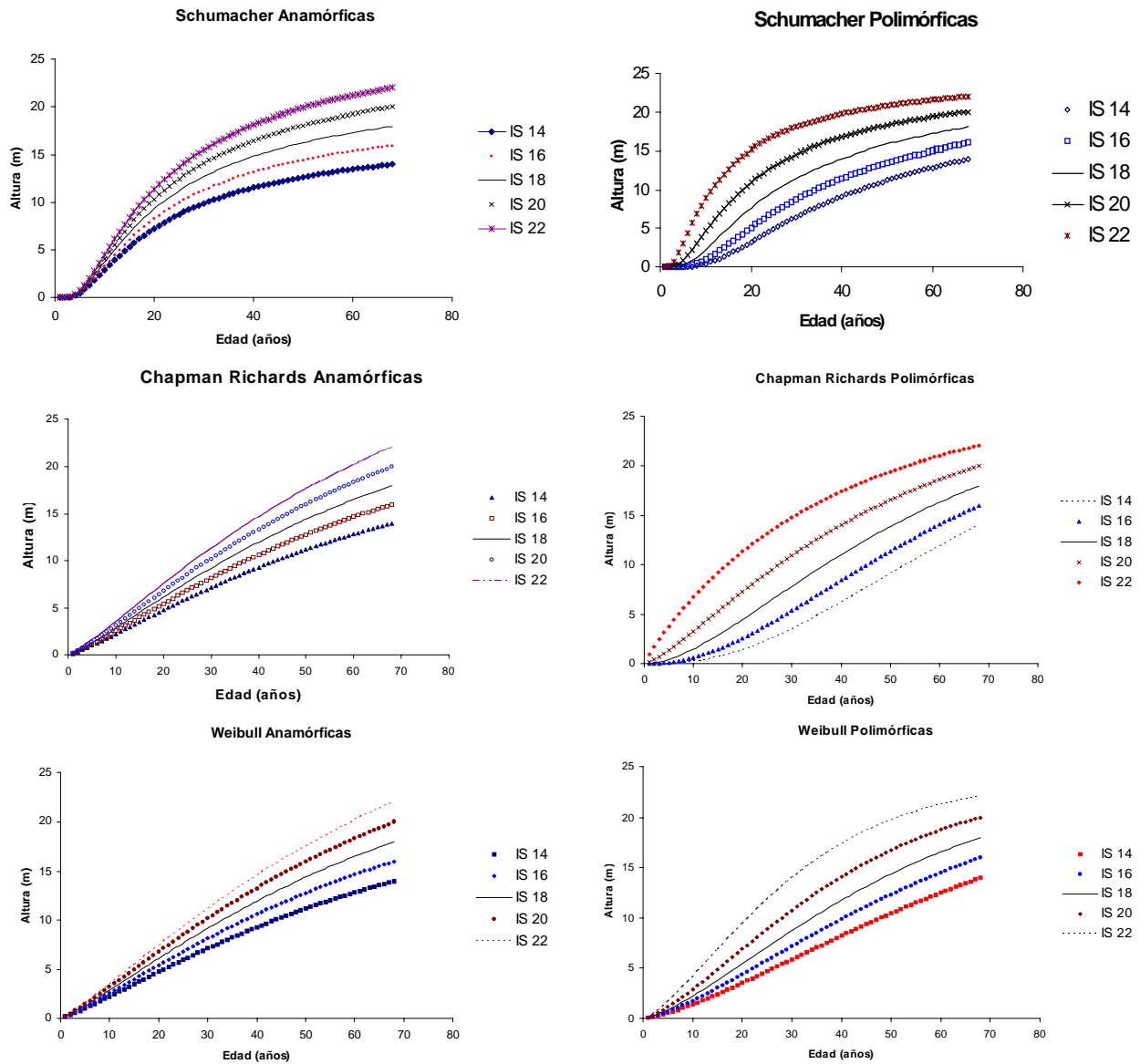


Figura 2. Curvas de índice de sitio para *Pinus durangensis* Mtz. a la edad base de 68 años, empleando el método de la diferencia algebraica y modelos Schumacher, Chapman-Richards y Weibull (anamórficas y polimórficas) en Durango, México.

INDICE DE DENSIDAD DE RODALES DE REINEKE

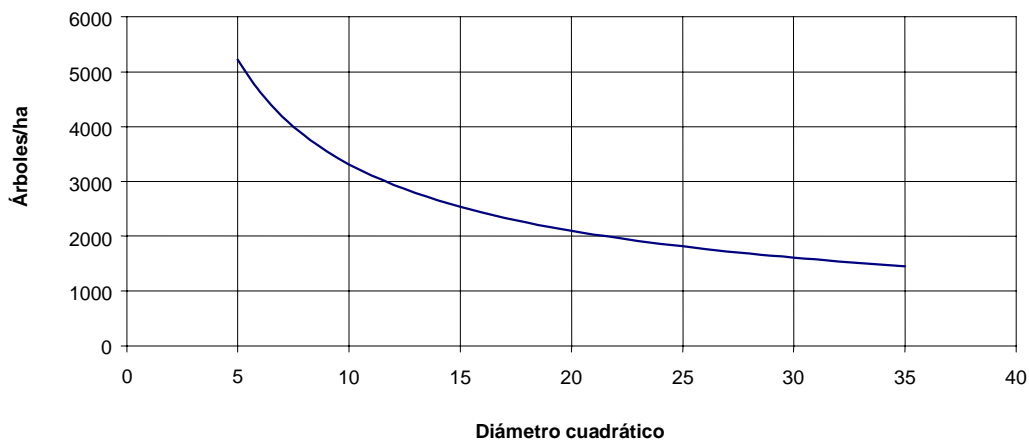


Figura 3. Línea de referencia a densidad normal, del número de árboles sobre hectárea, ajustada mediante la ecuación $N = 15063.0499 d^{-0.658}$, del índice de densidad de rodales de Reineke.

RELACIÓN ÁREA / ÁRBOL

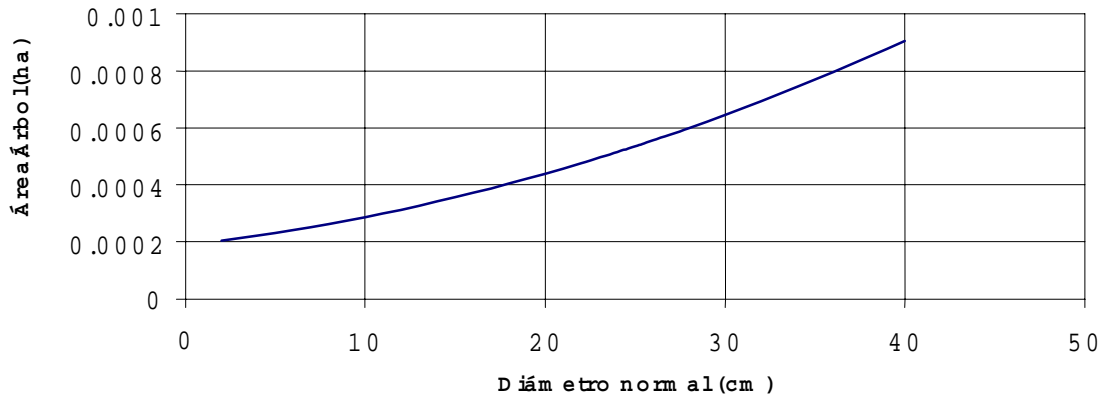


Figura 4. Relación Área-Árbol para un árbol de diámetro "d" del área ocupada por un árbol individual/hectárea para rodales puros de *Pinus durangensis* Mtz., con densidad normal en Durango, México.

$$A_k = \beta_0 + \beta_1 d_k + \beta_2 d_k^2$$

Finalmente la ecuación de la relación área-árbol, queda de la siguiente manera:

$$RAA = 0.0001881N + 0.0000071246 \sum_{i=1}^n d + 0.00000027078 \sum_{i=1}^n d^2$$

Donde:

RAA = Relación Área – Árbol o espacio de crecimiento en por ciento por unidad de área (hectárea)

N = Número de árboles por hectárea

d = Diámetro normal con corteza (cm)

Con esta fórmula de RAA, un árbol de 30 cm. de diámetro normal ocupa un espacio de crecimiento de 6.45 m² en promedio.

Predicción del rendimiento empleando modelos de totalidad del rodal o de predicción explícita.

El modelo que mejores ajustes estadísticos presentó fue el $(\ln V = b_1 + b_2 (1/E) + b_3 (1/Is) + b_4 \ln(A))$, que incluye el área basal como indicador de la densidad. Otro modelo que también presentó buen ajuste fue el modelo $(\ln V = b_1 + b_2 (1/E) + b_3 \ln(Is) + b_4 (IDRR))$ que incluye el IDRR, aunque con menor ajuste que el anterior.

El modelo ajustado queda como sigue:

$$\ln V = 2.10545 - 13.6007 \left(\frac{1}{E} \right) - 5.98135 \left(\frac{1}{Is} \right) + 1.12139 \ln A$$

$$V = e^{2.10545} e^{-13.6007 \left(\frac{1}{E} \right)} e^{-5.98135 \left(\frac{1}{Is} \right)} A^{1.12139}$$

Donde:

V = Volumen sin corteza/hectárea (m³/ha)

E = Edad promedio del rodal (años)

Is = Índice de sitio a una edad base de 68 años en m

G = Área basal con corteza por hectárea (m²)

Con el modelo ajustado anterior, es posible obtener el rendimiento actual de un rodal, con solo determinar las variables edad, índice de sitio y área basal con corteza.

Un inconveniente de este método de predicción del rendimiento, es que no proporciona la estructura del rodal y por consiguiente se desconoce la distribución del volumen por clases o grupos de árboles, permite sin embargo obtener información promedio a nivel de rodal.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las técnicas estudiadas proveen resultados para la estimación del rendimiento actual, pudiendo utilizar esta información de manera preliminar para determinar regímenes de manejo para la especie de interés en la zona, de tal manera que se puedan comparar opciones de manejo y seleccionar la mejor, tomado en cuenta los objetivos de manejo, sin dejar de lado inicialmente la validación de las mismas para su uso.

Se recomienda que los modelos y ecuaciones generadas se apliquen dentro de la región de estudio, en masa coetáneas y puras de *Pinus durangensis* Mtz.;

pudiendo utilizar la información, como un indicador, en otros lugares con condiciones similares de clima, suelo y arbolado.

Finalmente, cabe mencionar que no se realizó la validación de las ecuaciones de regresión resultantes, por lo que deben ser utilizadas con reservas como herramientas preliminares para mejorar las prácticas de manejo en la región.

LITERATURA CITADA

- AYERDE L., D. 1996. Análisis de curvas de crecimiento de árboles y masas forestales. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales, Chapingo México. 255 p.
- CLUTTER, J. L.; J. C. FORTSON; L. V. PIENAAR; G. H BRISTER; R. L. BAILEY 1983. Timber management a quantitative approach. Wiley, New York. 333 p.
- CONSULTORÍA FORESTAL "ROBERTO TRUJILLO". 2000. Programa de manejo integral forestal del predio particular Sierra del Nayar, municipio de Victoria de Durango, Dgo. México. 43 p.
- DANIEL, T. W.; J. A. HELMS; F. S. BAKER. 1982 Principios de silvicultura. Trad. Ramón Elizondo Mata. Mc Graw- Hill. México. D.F. 491 p.
- GARCÍA C. X. 1998. Predicción del rendimiento de *Swietenia macrophylla* King (caoba) en plantaciones forestales. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Programa Forestal. Montecillo, México. 119 p.
- GARCÍA, E. 1987. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Koepen (para adaptarlos a las condiciones de la República Mexicana); 4ª edición. Universidad Autónoma de México. Instituto de Geografía. México D. F. 252 p.
- PRODAN M. R.; PETERS, F. COX.; P. REAL. 1997. Mensura Forestal. IICA-BMZ/GTZ. San José, Costa Rica. 586 p.
- ROMAHN DE LA V. C. F.; RAMIREZ M.; J. L. TREVIÑO G. 1994. Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo. México, D.F. 354 p.
- SAS INSTITUTE INC. 1992. SAS/STAT User's guide. Release 6.03 edition. Cary, NC. USA. 1028 p.
- VALDEZ L., R. J. 2000. Ecuaciones para estimar volumen comercial y total en rodales aclareados de *Pinus patula* en Puebla, México. Colegio postgraduado. Agrociencia. Montecillo, México. 34(6) pp: 747-758.
- ZEPEDA B., E. M. 1984. Ejemplificación de tres procedimientos para caracterizar rodales por su densidad. Serie de apoyo académico No. 34. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 57 p.
- ZEPEDA B., E. M.; P. RIVERO B. 1984. Construcción de curvas anamórficas de índice de sitio: ejemplificación del método para la curva guía. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales. Revista Ciencia Forestal. 9 (51) pp:3-28.