

Compatible taper, volume, green weight, biomass and carbon concentration system for *Quercus sideroxyla* Bonpl.

Sistema compatible de ahusamiento, volumen, peso verde, biomasa y concentración de carbono para *Quercus sideroxyla* Bonpl.

Gerónimo Quiñonez-Barraza^{1*}; Dehai Zhao²; Héctor M. de los Santos-Posadas³; Wenceslao Santiago-García⁴; Juan C. Tamarit-Urías⁵; Juan A. Nájera-Luna⁶

¹Instituto Nacional de Investigaciones Forestales Agrícolas y Pecuarias (INIFAP), Campo Experimental Valle del Guadiana. Carretera Durango-Mezquital km 4.5. C. P. 34170. Durango, Durango, México.

²The University of Georgia, Warnell School of Forestry & Natural Resources. 180 E Green Street, Athens, Georgia, 30606, USA.

³Colegio de Postgraduados, Campus Montecillo, Postgrado en Ciencias Forestales. Carretera México Texcoco km 36.5. C. P. 56230. Texcoco, Estado de México, México.

⁴Universidad de la Sierra Juárez, Ciencias Forestales. Avenida Universidad s/n. C. P. 68725. Ixtlán de Juárez, Oaxaca, México.

⁵INIFAP, Campo Experimental San Martinito. C. P. 74100. Tlahuapan, Puebla, México.

⁶Instituto Tecnológico de El Salto, División de Estudios de Posgrado e Investigación. Mesa del Tecnológico s/n. C. P. 34942. El Salto, Pueblo Nuevo. Durango, México.

*Corresponding author: quinonez.geronimo@inifap.gob.mx; tel.: +52 (618) 158 7865.

Abstract

Introduction: Estimation of total and merchantable tree volume, as well as of biomass and carbon, implies the generation of biometric tools essential in forest management and planning.

Objectives: To fit a compatible taper, volume, green weight, dry biomass and carbon concentration system for *Quercus sideroxyla* Bonpl. species using wood density.

Materials and methods: A database of 522 diameter-height measurements, obtained from 37 trees, was used in the fitting equations. The compatible system (CS) was integrated by 34 equations, which were simultaneously fitted by generalized nonlinear least squares. Taper and volume were the base variables for estimating green weight, dry biomass and carbon concentration.

Results and discussion: All equations were compatible with the stem volume equation, and the merchantable equations with the taper and merchantable volume equations. The fit statistics showed the efficiency of the equations in global terms and by relative height classes.

Conclusions: The CS has the property of estimating taper, merchantable volume, green weight, dry biomass and carbon concentration at upper-height and by components (stem, total tree and branches).

Resumen

Introducción: La estimación de volumen total y comercial de árboles, así como la de biomasa y carbono, implica la generación de herramientas biométricas esenciales en el manejo y planeación forestal.

Objetivos: Ajustar un sistema compatible (SC) de ahusamiento, volumen, peso verde, biomasa seca y concentración de carbono para la especie *Quercus sideroxyla* Bonpl., con el uso de la densidad de la madera.

Materiales y métodos: Una base de datos de 522 pares de diámetro-altura, obtenida de 37 árboles, se utilizó en el ajuste. El SC se conformó de 34 ecuaciones ajustadas simultáneamente por mínimos cuadrados generalizados no lineales. El ahusamiento y volumen fueron las variables base para la estimación del peso verde, biomasa seca y concentración de carbono.

Resultados y discusión: Todas las ecuaciones fueron compatibles con la ecuación de volumen de fuste, y las ecuaciones comerciales, con los parámetros del ahusamiento y volumen comercial. Los estadísticos de ajuste mostraron la eficiencia de las ecuaciones en términos globales y por clases de altura relativa.

Conclusiones: El SC posee la cualidad de estimar el ahusamiento, volumen comercial, peso verde, biomasa seca y concentración de carbono a una altura comercial y por componentes (fuste, total árbol y ramas).

Keywords: merchantable volume; stem volume; branch volume; aboveground biomass; green weight.

Palabras clave: volumen comercial; volumen de fuste; volumen de ramas; biomasa aérea; peso verde.

Introduction

A volume estimation system should be compatible; i.e., the stem volume obtained through the integration of a taper model should be equal to the volume predicted by the volume equation (Özçelik & Cao, 2017). Based on mass theory, an alternative for predicting sectional stem dry weight, at a given diameter at breast height (dbh) or total height, can be based on the integration of the taper equation and a function of wood density (Parresol & Thomas, 1989). Tree profile, volume and biomass are essential elements in forest management planning. Traditionally, these elements have been estimated separately, but the inclusion of wood density allows accurate simultaneous estimates (Parresol, 1999; Parresol & Thomas, 1989; Parresol & Thomas, 1996). Wood density can be modeled as a function of merchantable height or assumed to be constant, to determine the green weight or biomass of stems at any desired height (Brooks, Jiang, & Zhang, 2007; Jordan, Souter, Parresol, & Daniels, 2006; Valenzuela et al., 2018). The addition of wood density acquires relevance in the conversion of timber stocks to biomass and, particularly, for the estimation of carbon content (Ordóñez-Díaz et al., 2015).

Total biomass or by tree components (stem, bark, branches or foliage) can be estimated directly by equations with dbh and height data from forest inventories (Vargas-Larreta et al., 2017; Zhao, Kane, Markewitz, Teskey, & Clutter, 2015). On the other hand, when volume estimates are available, they can be converted to green weight or biomass through ratio equations (Zhao, Kane, Teskey, & Markewitz, 2016), or the corresponding taper and merchantable volume equations, to estimate variable biomass (Valenzuela et al., 2018). Indirect biomass estimates obtained from volume allow extensive transformation of volume data into biomass data (Ver Planck & MacFarlane, 2015). The demand for biomass equations has increased due to the need to improve estimation of forest carbon stocks and to quantify the distribution of wood biomass within trees (Ver Planck & MacFarlane, 2015). Quantification of the carbon concentration by components, and specifically in the branches, has taken on importance for bioenergy or CO₂ quantification (Corral-Rivas et al., 2017).

Trees, without considering the roots, are commonly separated into four components: stump, main stem, stem bark and live crown, which are used to refer to volume, green weight, biomass (Parresol, 2001) and, frequently, carbon. According to Ver Planck and MacFarlane (2015), there are three main procedures for estimating biomass: (1) direct prediction through predictor variables, (2) prediction from volume, or (3) simultaneous estimation of both biomass and volume components.

Introducción

Un sistema de estimación de volumen debería ser compatible; es decir, el volumen del fuste obtenido a través de la integración de un modelo de ahusamiento debería ser igual al volumen predicho por la ecuación de volumen (Özçelik & Cao, 2017). Con base en la teoría de la masa, una alternativa para predecir la biomasa seca de una porción del fuste, a un diámetro normal conocido o altura total, puede basarse en la integración de la ecuación de ahusamiento y una función de la densidad de la madera (Parresol & Thomas, 1989). El perfil de los árboles, el volumen y la biomasa son elementos esenciales en la planeación del manejo forestal. Tradicionalmente, estos elementos han sido estimados por separado, pero la inclusión de la densidad de la madera permite estimaciones simultáneas eficientes (Parresol, 1999; Parresol & Thomas, 1989; Parresol & Thomas, 1996). La densidad puede ser modelada en función de la altura comercial o asumirla constante, para determinar el peso verde o biomasa de fustes a cualquier altura deseada (Brooks, Jiang, & Zhang, 2007; Jordan, Souter, Parresol, & Daniels, 2006; Valenzuela et al., 2018). La inclusión de la densidad de la madera adquiere relevancia en la conversión de existencias maderables a biomasa y, particularmente, para la estimación del contenido de carbono (Ordóñez-Díaz et al., 2015).

La biomasa total o por componentes del árbol (fuste, corteza, ramas o follaje) pueden estimarse directamente mediante ecuaciones con datos de diámetro y altura provenientes de inventarios (Vargas-Larreta et al., 2017; Zhao, Kane, Markewitz, Teskey, & Clutter, 2015). Por otra parte, cuando las estimaciones de volumen están disponibles, se pueden convertir a peso verde o biomasa a través de ecuaciones de razón (Zhao, Kane, Teskey, & Markewitz, 2016) o de ahusamiento y volumen comercial, para estimar la biomasa variable (Valenzuela et al., 2018). Las estimaciones indirectas de biomasa, a partir del volumen, permiten la transformación extensiva de datos de volumen a datos de biomasa (Ver Planck & MacFarlane, 2015). La demanda de ecuaciones de biomasa ha incrementado para dar respuesta a la cuantificación de su distribución y la estimación de inventarios de carbono (Ver Planck & MacFarlane, 2015). La cuantificación de la concentración de carbono en los componentes, y específicamente en las ramas, ha tomado importancia para la bioenergía o cuantificación del CO₂ (Corral-Rivas et al., 2017).

Los árboles, sin considerar las raíces, comúnmente son separados en cuatro componentes: tocón, fuste principal, corteza del fuste y copa, los cuales se utilizan para referir el volumen, peso verde, biomasa (Parresol, 2001) y, frecuentemente, el carbono. Los procedimientos para la estimación de biomasa, según Ver Planck y MacFarlane (2015), se dividen en tres: (1)

Carbon is an important element in the forest wood value chain and represents an essential product on the global market (Zakrzewski & Duchesne, 2012). Quantifying carbon sources and sinks and their spatial distribution and dynamics over time is a global research focus (Zakrzewski & Duchesne, 2012). If taper, green weight and carbon concentration are integrated into the simultaneous volume and biomass estimates, a compatible system for the simultaneous estimation of the five variables can be considered. Therefore, the objective of this study was to develop a compatible taper, volume, green weight, biomass and carbon concentration system for *Quercus sideroxylla* Bonpl. in Durango, Mexico.

Materials and methods

Study area and experimental data

The study area was the ejido San Diego de Tezains, located in Forest Management Unit 1005, Santiago Papasquiario y Anexos, in the state of Durango, between the geographic coordinates 24° 48' 16.98" – 25° 13' 47.25" N and 105° 53' 09.81" – 106° 12' 52.58" W. The total area is 60 801.92 ha, with the forest covering 26 039.02 ha (Quiñonez-Barraza, De los Santos-Posadas, Álvarez-González, & Velázquez-Martínez, 2014). The predominant climate is temperate semi-cold humid –C(E)(w2)(x') – with a mean annual temperature of 5 to 12 °C and average annual rainfall of 840 mm (García, 2004).

Quercus sideroxylla is a commercial timber species distributed in mixed-species stands in which the genus *Pinus* is dominant. The database was integrated with 37 trees (522 merchantable diameter-height measurements) distributed in stands with forest management and collected in 2006 to generate the local biometric system. Tree selection considered stem straightness, a regular live crown, dominance and distribution of diameters and heights. The trees were felled and the diameters and heights on the stem were measured. Measurements on the stem were recorded considering the taper at the height of the dbh (four measurements) and then sections of 2 m to tree top. Merchantable branches (basal diameter ≥ 2 cm) were measured at variable lengths. The volume of the bolts and stem was estimated using the overlapping bolts method proposed by Bailey (1995), while branch volume was estimated using the Smalian and cone formulas (Quiñonez-Barraza et al., 2014). Figure 1 shows the dispersion of relative outside-bark and inside-bark volume with respect to relative height, and Table 1 presents the variables used.

estimación directa a través de variables predictoras, (2) predicción a partir del volumen y (3) estimación simultánea de los componentes de volumen y biomasa. El carbono es un elemento importante en el valor de la cadena forestal y representa un producto valioso en el mercado global (Zakrzewski & Duchesne, 2012). La cuantificación de las fuentes y sumideros de carbono, la distribución y dinámica espacial a través del tiempo, es un enfoque de investigación global (Zakrzewski & Duchesne, 2012). Si el ahusamiento, peso verde y concentración de carbono se integran a las estimaciones simultáneas de volumen y biomasa, se puede considerar un sistema compatible para la estimación simultánea de las cinco variables. Por lo anterior, el objetivo de este estudio fue desarrollar un sistema compatible (SC) de ahusamiento, volumen, peso verde, biomasa y concentración de carbono para *Quercus sideroxylla* Bonpl. en Durango, México.

Materiales y métodos

Área de estudio y datos experimentales

El área de estudio fue el ejido San Diego de Tezains, localizado en la Unidad de Manejo Forestal 1005, Santiago Papasquiario y Anexos, entre las coordenadas geográficas 24° 48' 16.98" – 25° 13' 47.25" LN y 105° 53' 09.81" – 106° 12' 52.58" LO, en el estado de Durango. La superficie total es 60 801.92 ha y la forestal 26 039.02 ha (Quiñonez-Barraza, De los Santos-Posadas, Álvarez-González, & Velázquez-Martínez, 2014). El clima predominante es templado semifrío húmedo –C(E)(w2)(x') – con temperatura media anual de 5 a 12 °C y precipitación media anual de 840 mm (García, 2004).

Quercus sideroxylla es una especie comercial maderable que se distribuye en rodales mezclados en los que el género *Pinus* es dominante. La base de datos se integró con 37 árboles (522 pares de diámetro-altura comercial) distribuidos en rodales con manejo forestal y colectados en el 2006 para generar el sistema biométrico local. En la selección de los árboles se consideró la rectitud de fuste, copa regular, dominancia y distribución de diámetros y alturas. Los árboles se derribaron y los diámetros y alturas sobre el fuste se midieron. Las mediciones en el fuste se realizaron considerando el ahusamiento a la altura del diámetro normal (cuatro mediciones) y posteriormente secciones de 2 m. Las ramas comerciales (diámetro basal ≥ 2 cm) se midieron a longitudes variables. El volumen de las trozas y del fuste se estimó con el método de trozas traslapadas propuesto por Bailey (1995), mientras que el volumen de las ramas, con las fórmulas de Smalian y cono (Quiñonez-Barraza et al., 2014). La Figura 1 muestra la dispersión del volumen relativo con respecto a la altura relativa, con corteza

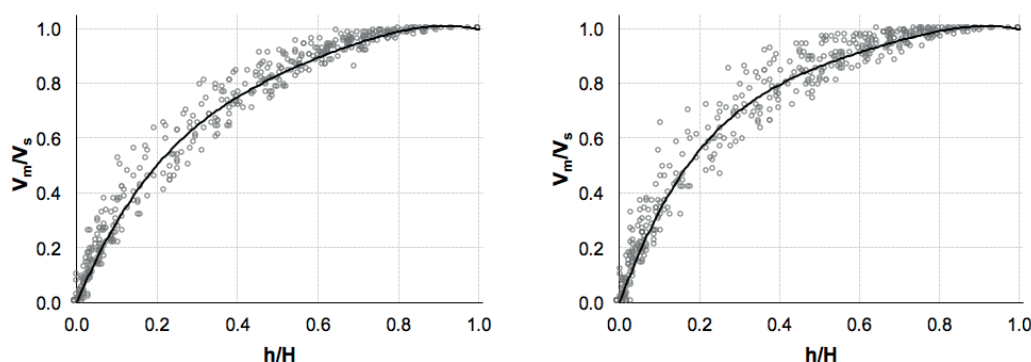


Figure 1. Relative volume (V_m/V_s) by relative height (h/H) data, outside-bark (left) and inside-bark (right). V_m : merchantable volume, V_s : stem volume, h : upper-height, H : total height.

Figura 1. Dispersión de los datos del volumen relativo (V_m/V_s) por altura relativa (h/H) con corteza (izquierda) y sin corteza (derecha). V_m : volumen comercial, V_s : volumen del fuste, h : altura comercial, H : altura total.

Table 1. Database used in fitting of the compatible taper, volume, green weight, biomass and carbon concentration system for *Quercus sideroxyla*.

Cuadro 1. Base de datos usada en el ajuste del sistema compatible de ahusamiento, volumen, peso verde, biomasa y concentración de carbono de *Quercus sideroxyla*.

Variable	outside-bark/con corteza				inside-bark/sin corteza			
	Minimum/ Mínimo	Maximum/ Máximo	Mean/ Promedio	SD/ DE	Minimum/ Mínimo	Maximum/ Máximo	Mean/ Promedio	SD/ DE
d (cm)	0.000	67.000	20.314	13.435	0.000	60.000	16.513	11.951
D (cm)	11.000	48.000	27.090	10.170	9.000	42.000	23.008	8.806
H (m)	6.600	21.000	12.867	4.092	-	-	-	-
h (m)	0.000	21.000	5.447	4.947	-	-	-	-
h_s (m)	0.070	0.340	0.181	0.064	-	-	-	-
V_s (m ³)	0.041	2.054	0.501	0.494	0.025	1.579	0.330	0.345
V_m (m ³)	0.000	2.054	0.310	0.410	0.000	1.579	0.210	0.285
V_b (m ³)	0.047	2.440	0.586	0.584	0.032	1.783	0.388	0.395
V_t (m ³)	0.003	0.387	0.085	0.098	0.002	0.245	0.058	0.065
W_{sg} (kg)	57.839	2 895.483	706.936	696.835	35.622	2226.204	465.297	486.070
W_{mg} (kg)	0.000	2 895.483	437.177	578.471	0.000	2226.204	296.073	402.258
W_{tg} (kg)	66.286	3 440.598	826.095	823.941	44.592	2513.792	547.436	557.510
W_{bg} (kg)	3.983	545.115	119.158	138.565	3.278	344.913	82.139	91.527
W_{sd} (kg)	25.474	1 275.244	311.353	306.904	15.689	980.477	204.929	214.078
W_{md} (kg)	0.000	1 275.244	192.544	254.773	0.000	980.477	130.398	177.165
W_{td} (kg)	29.194	1 515.327	363.833	362.885	19.639	1 107.138	241.105	245.542
W_{bd} (kg)	1.754	240.083	52.480	61.027	1.444	151.908	36.176	40.311
C_s (kg)	12.737	637.622	155.676	153.452	7.844	490.239	102.464	107.039
C_m (kg)	0.000	637.622	96.272	127.387	0.000	490.239	65.199	88.582
C_t (kg)	14.597	757.664	181.917	181.442	9.820	553.569	120.552	122.771
C_b (kg)	0.877	120.041	26.240	30.514	0.722	75.954	18.088	20.155

SD = standard deviation of the mean, d = taper, D = diameter at breast height (dbh), H = total height, h = upper-height, h_s = stump height, V_s = stem volume, V_m = merchantable volume, V_b = branch volume, V_t = total tree volume, W_{sg} = stem green weight, W_{mg} = merchantable green weight, W_{tg} = total tree green weight, W_{bg} = branch green weight, W_{sd} = stem biomass, W_{md} = merchantable biomass, W_{td} = total tree biomass, W_{bd} = branch biomass, C_s = stem carbon concentration, C_m = merchantable carbon concentration, C_t = total tree carbon concentration, C_b = branch carbon concentration.

DE = desviación estándar de la media, d = ahusamiento, D = diámetro normal, H = altura total, h = altura comercial, h_s = altura del tocón, V_s = volumen de fuste, V_m = volumen comercial, V_b = volumen de ramas, V_t = volumen total árbol, W_{sg} = peso verde de fuste, W_{mg} = peso verde comercial, W_{tg} = peso verde total árbol, W_{bg} = peso verde de ramas, W_{sd} = biomasa de fuste, W_{md} = biomasa comercial, W_{td} = biomasa total árbol, W_{bd} = biomasa de ramas, C_s = concentración de carbono en fuste, C_m = concentración de carbono comercial, C_t = concentración de carbono total árbol, C_b = concentración de carbono en ramas.

Description of the *Quercus sideroxylo* compatible system

Some of the volume and biomass equations, based on wood density, are founded on the approach proposed by Parresol and Thomas (1989), which consists of determining dry weight or dry biomass as a function that multiplies volume by wood density and can be obtained as:

$$w = \int_{hl}^{hu} \int_0^{f(h)} \rho(h, Y) \partial y \partial h$$

where,

w = weight of stem section between lower (hl) and upper (hu) height for total height (H)

$f(h)$ = taper equation in the cross-sectional area of the stem

$\rho(h, Y)$ = function of density in the cross-sectional area (Y) as a dimension of tree height.

In practice, the double-integral model is simplified to one integral because the relative density is usually constant in the Y dimension. Therefore, the weight of bolts or stems can be obtained according to what is expressed by Parresol and Thomas (1996):

$$w = H \int_{hl}^{hu} \rho(h) f(h) \partial h$$

Based on the procedure described by Zhang, Borders, and Bailey (2002), the merchantable volume equation is integrated with the density function ($w = \int_{h_0}^h \rho(h) \partial V$). According to Brooks, Jiang, and Zhang (2007) and Jiang and Brooks (2008), if wood density is assumed to be constant ($\rho(h) = \rho_0$) and if an existing taper function is used, the equation for estimating weight can be expressed as:

$$w = k \rho_0 \int_{hl}^{hu} f(h) \partial h$$

If a taper function is used that considers a compatible merchantable volume, the merchantable weight (W_m , kg) would be given by multiplying the basic density of the wood (ρ_0 , kg·m⁻³) and the corresponding merchantable volume equation (V_m , m³) (Brooks, Jiang, & Clark III, 2007). This can be expressed as:

$$W_m = \rho_0 f(V_m)$$

Green density (ρ_{og}) and basic density (ρ_{od}) were used to model green weight (W_g) and dry biomass (W_d), respectively. These density concepts have been used in biomass studies for forest species in Mexico and North America (Miles & Smith, 2009; Nájera et al., 2007; Nívar, 2009; Ordóñez-Díaz et al., 2015; Pérez, Dávalos-Sotelo, Limón, & Quintanar, 2015; Pérez-Olvera & Dávalos-

y sin corteza, y el Cuadro 1 presenta las variables utilizadas.

Descripción del sistema compatible de *Quercus sideroxylo*

Algunas de las ecuaciones de volumen y biomasa, basadas en la densidad de la madera, se fundamentan en el enfoque propuesto por Parresol y Thomas (1989), el cual consiste en determinar el peso seco o biomasa seca como una función que multiplica el volumen por la densidad de la madera y puede ser obtenido como:

$$w = \int_{hl}^{hu} \int_0^{f(h)} \rho(h, Y) \partial y \partial h$$

donde,

w = peso de la sección del fuste entre la altura inferior (hl) y superior (hu) para una altura total (H)

$f(h)$ = ecuación de ahusamiento en el área de la sección transversal del fuste

$\rho(h, Y)$ = función de la densidad en el área de la sección transversal (Y) como una dimensión de la altura del árbol.

En la práctica, el modelo de doble integral se simplifica a una integral, debido a que la densidad relativa es usualmente constante en la dimensión de Y . Por tanto, el peso de trozas o fustes se puede obtener de acuerdo con lo expresado por Parresol y Thomas (1996):

$$w = H \int_{hl}^{hu} \rho(h) f(h) \partial h$$

Con base en el procedimiento descrito por Zhang, Borders, y Bailey (2002), la ecuación de volumen comercial se integra con la función de densidad ($w = \int_{h_0}^h \rho(h) \partial V$). De acuerdo con Brooks, Jiang, y Zhang (2007) y Jiang y Brooks (2008), si la densidad de la madera se asume constante ($\rho(h) = \rho_0$) y si se utiliza una función de ahusamiento existente, la ecuación para estimar el peso puede expresarse como:

$$w = k \rho_0 \int_{hl}^{hu} f(h) \partial h$$

Si se utiliza una función de ahusamiento que considera una de volumen comercial compatible, el peso comercial (W_m , kg) sería dado por la multiplicación de la densidad básica de la madera (ρ_0 , kg·m⁻³) y la ecuación de volumen comercial (V_m , m³) correspondiente (Brooks, Jiang, & Clark III, 2007). Esto puede ser expresado como:

$$W_m = \rho_0 f(V_m)$$

La densidad verde (ρ_{og}) y la densidad básica (ρ_{od}) se utilizaron para modelar el peso verde (W_g) y biomasa

Sotelo, 2008). According to the average values reported in these studies and considering the proximity to the study area, the value used for ρ_{og} was $1\,410\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, and for ρ_{od} , $621\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, and 49 % of the ρ_{od} was used for carbon concentration (ρ_{oc}) of $304.29\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ as a reasonable amount for the species *Q. sideroxylla* (Aquino-Ramírez, Velázquez-Martínez, Echevers-Barra, & Castellanos-Bolaños, 2018; Návar, 2009; Silva-Arredondo & Návar-Cháidez, 2009; Vargas-Larreta et al., 2017).

In this study, the compatible taper and merchantable volume system reported by Fang, Borders, and Bailey (2000) was used, and green weight, biomass, and carbon concentration were included. The system is integrated by the taper and merchantable volume equations (Equations 1 and 2, respectively):

$$d_{ij(ob)} = c_1 \left(H_i^{(K-\beta_1)/\beta_1} \left(1 - \frac{h_{ij}}{H_i} \right)^{(K-R)/R} A_1^{(I_1+I_2)} A_2^{I_2} \right)^{0.5} + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

$$V_{mij(ob)}, W_{mgj(ob)}, W_{mdj(ob)}, C_{mij(ob)} \quad (2)$$

$$= c_1^2 H_i^{(K/\beta_1)} \left[\beta_1 t_0 + (I_1 + I_2)(\beta_2 - \beta_1)t_1 + I_2(\beta_3 - \beta_2)A_1 t_2 - R \left(1 - \frac{h_{ij}}{H_i} \right)^{K/R} A_1^{I_1+I_2} A_2^{I_2} \right]$$

With the following expressions,

$$c_1 = (\rho_{oi} \alpha_{oi} D_{i(ob)}^{\alpha_i} H_i^{(\alpha_2 - K)/\beta_1} / [\beta_1(t_0 - t_1) + \beta_2(t_1 - A_1 t_2) + \beta_3 A_1 t_2])^{0.5}$$

$$t_0 = (1 - \rho_0)^{K/\beta_1}; \rho_0 = h_{si}/H_i; t_1 = (1 - \vartheta_1)^{K/\beta_1}; t_2 = (1 - \vartheta_2)^{K/\beta_2}$$

$$A_1 = (1 - \vartheta_1)^{(\beta_2 - \beta_1)K/\beta_1 \beta_2}; A_2 = (1 - \vartheta_2)^{(\beta_3 - \beta_2)K/\beta_2 \beta_3}; R = \beta_1^{1 - (I_1 + I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$$

$$I_1 = \begin{cases} 1 & \text{if } \vartheta_1 \leq \left(\frac{h_{ij}}{H_i} \right) \leq \vartheta_2; I_2 = \begin{cases} 1 & \text{if } \vartheta_2 < \left(\frac{h_{ij}}{H_i} \right) < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\vartheta_1 = h_{ij1}/H_i; \vartheta_2 = h_{ij2}/H_i$$

where,

h_{ij} = upper-height j of tree i (m)

$d_{ij(ob)}$ = diameter j of tree i at height h_{ij} (cm)

$V_{mij(ob)}$, $W_{mgj(ob)}$, $W_{mdj(ob)}$ and $C_{mij(ob)}$ = merchantable inside-bark volume (m^3), outside-bark green weight (kg), outside-bark biomass (kg) and outside-bark carbon concentration (kg), respectively, of tree i at height h_{ij}

H_i = total height of tree i (m)

$D_{i(ob)}$ = outside-bark dbh of tree i (cm)

h_s = stump height of tree i (m)

α_i = total volume parameters ($i = 0, 1, 2$)

β_i = taper and merchantable volume parameters ($i = 1, 2, 3$)

ϑ_1 and ϑ_2 = inflection point parameters

ε_{ij} = error j in tree i

ρ_{oi} = density value for $W_{sg(ob)}$, $W_{sd(ob)}$ and $C_{s(ob)}$, which were assumed constants, which did not apply for $V_{s(ob)}$ in the stem volume equation.

The CS included taper (d), stem volume (V_s), merchantable volume (V_m), total tree volume (V_t) and

seca (W_d), respectivamente. Estos conceptos de densidad se han utilizado en estudios de biomasa para especies forestales de México y Norteamérica (Miles & Smith, 2009; Nájera et al., 2007; Návar, 2009; Ordóñez-Díaz et al., 2015; Pérez, Dávalos-Sotelo, Limón, & Quintanar, 2015; Pérez-Olvera & Dávalos-Sotelo, 2008). De acuerdo con los valores promedio reportados en tales estudios y considerando la proximidad al área de estudio, el valor utilizado para ρ_{og} fue $1\,410\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, y para ρ_{od} , $621\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. En el caso de la concentración de carbono, se consideró 49 % de la biomasa seca ρ_{oc} de $304.29\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ cantidad razonable para la especie *Q. sideroxylla* (Aquino-Ramírez, Velázquez-Martínez, Echevers-Barra, & Castellanos-Bolaños, 2018; Návar, 2009; Silva-Arredondo & Návar-Cháidez, 2009; Vargas-Larreta et al., 2017).

En este estudio se utilizó el SC de ahusamiento y volumen comercial reportado por Fang, Borders, y Bailey (2000), y se adicionó el peso verde, biomasa y concentración de carbono. El sistema está compuesto por las ecuaciones de ahusamiento (Ecuación 1) y volumen comercial (Ecuación 2):

$$d_{ij(cc)} = c_1 \left(H_i^{(K-\beta_1)/\beta_1} \left(1 - \frac{h_{ij}}{H_i} \right)^{(K-R)/R} A_1^{(I_1+I_2)} A_2^{I_2} \right)^{0.5} + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

$$V_{mij(cc)}, W_{mgj(cc)}, W_{mdj(cc)}, C_{mij(cc)} \quad (2)$$

$$= c_1^2 H_i^{(K/\beta_1)} \left[\beta_1 t_0 + (I_1 + I_2)(\beta_2 - \beta_1)t_1 + I_2(\beta_3 - \beta_2)A_1 t_2 - R \left(1 - \frac{h_{ij}}{H_i} \right)^{K/R} A_1^{I_1+I_2} A_2^{I_2} \right]$$

con las expresiones siguientes,

$$c_1 = (\rho_{oi} \alpha_{oi} D_{i(cc)}^{\alpha_i} H_i^{(\alpha_2 - K)/\beta_1} / [\beta_1(t_0 - t_1) + \beta_2(t_1 - A_1 t_2) + \beta_3 A_1 t_2])^{0.5}$$

$$t_0 = (1 - \rho_0)^{K/\beta_1}; \rho_0 = h_{si}/H_i; t_1 = (1 - \vartheta_1)^{K/\beta_1}; t_2 = (1 - \vartheta_2)^{K/\beta_2}$$

$$A_1 = (1 - \vartheta_1)^{(\beta_2 - \beta_1)K/\beta_1 \beta_2}; A_2 = (1 - \vartheta_2)^{(\beta_3 - \beta_2)K/\beta_2 \beta_3}; R = \beta_1^{1 - (I_1 + I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$$

$$I_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } \vartheta_1 \leq \left(\frac{h_{ij}}{H_i} \right) \leq \vartheta_2; I_2 = \begin{cases} 1 & \text{si } \vartheta_2 < \left(\frac{h_{ij}}{H_i} \right) < 1 \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

$$\vartheta_1 = h_{ij1}/H_i; \vartheta_2 = h_{ij2}/H_i$$

donde,

h_{ij} = altura comercial j del árbol i (m)

$d_{ij(cc)}$ = diámetro j del árbol i a la altura h_{ij} (cm)

$V_{mij(cc)}$, $W_{mgj(cc)}$, $W_{mdj(cc)}$ y $C_{mij(cc)}$ = volumen (m^3), peso verde (kg), biomasa (kg) y carbono (kg) comerciales, respectivamente, con corteza j del árbol i a la altura h_{ij}

H_i = altura total del árbol i (m)

$D_{i(cc)}$ = diámetro normal con corteza del árbol i (cm)

h_s = altura del tocón del árbol i (m)

α_i = parámetros de volumen total ($i = 0, 1, 2$)

β_i = parámetros del ahusamiento y volumen comercial ($i = 1, 2, 3$)

branch volume (V_b) equations. These components were the basis of the CS and defined the set of equations for W_g , W_d and C .

The stem volume equation was the one reported by Schumacher (1933) and is given in Equation 3, the total tree volume equation ($V_s + V_b$) is given in Equation 4 and that of branch volume in Equation 5, for all variables:

$$V_{s(ob)}, W_{sg(ob)}, W_{sd(ob)}, C_{s(ob)} = \rho_{0i} \alpha_{0i} D_{i(ob)}^{\alpha_1 H_i^{\alpha_2}} \quad (3)$$

$$V_{t(ob)}, W_{tg(ob)}, W_{td(ob)}, C_{t(ob)} = \rho_{1i} \delta_{0i} D_{i(ob)}^{\delta_1 H_i^{\delta_2}} \quad (4)$$

$$V_{b(ob)}, W_{bg(ob)}, W_{bd(ob)}, C_{b(ob)} = \rho_{1i} \delta_{0i} D_{i(ob)}^{\delta_1 H_i^{\delta_2}} - \rho_{0i} \alpha_{0i} D_{i(ob)}^{\alpha_1 H_i^{\alpha_2}} \quad (5)$$

where,

$V_{s(ob)}$, $V_{t(ob)}$ and $V_{b(ob)}$ = stem outside-bark volume, total tree outside-bark volume and branches outside-bark volume (m^3), respectively

$W_{sg(ob)}$, $W_{tg(ob)}$ and $W_{bg(ob)}$ = green stem outside-bark weight, green total tree outside-bark weight and green branches outside-bark weight (kg), respectively.

$W_{sd(ob)}$, $W_{td(ob)}$ and $W_{bd(ob)}$ = stem outside-bark biomass, total tree outside-bark biomass and branches outside-bark biomass (kg), respectively

$C_{s(ob)}$, $C_{t(ob)}$ and $C_{b(ob)}$ = stem outside-bark carbon concentration, total tree outside-bark carbon concentration and branches outside-bark carbon concentration (kg), respectively.

(ob) = outside-bark components

ρ_{0i} = density corresponding to $W_{sg(ob)}$, $W_{sd(ob)}$ and $C_{s(ob)}$, which does not apply for $V_{s(ob)}$ in the stem volume equation

α_i ($i = 1, 2$) = common parameters for $V_{s(ob)}$, $W_{sg(ob)}$, $W_{sd(ob)}$ and $C_{s(ob)}$

α_{0i} ($i = 1, 2, 3, 4$) = specific parameters for each equation ($i = 1$ for $V_{s(ob)}$, $i = 2$ for $W_{sg(ob)}$, $i = 3$ for $W_{sd(ob)}$ and $i = 4$ for $C_{s(ob)}$), which were scaled with the known density parameters (ρ_{0i}). The same procedure in δ_i and δ_{0i} for total tree.

The outside-bark equations were modeled inside-bark with the addition of a proportion parameter, as follows:

$$d_{ij(ib)} = \theta_0 f(d_{ij(ob)})$$

$$V_{m_{ij}(ib)}, W_{m_{ijg}(ib)}, W_{m_{ijd}(ib)}, C_{m_{ij}(ib)} = \theta_{1i} f(V_{m_{ij}(ob)})$$

$$V_{s(ib)}, W_{sg(ib)}, W_{sd(ib)}, C_{s(ib)} = \theta_{2i} (\rho_{0i} \alpha_{0i} D_{i(ib)}^{\alpha_1 H_i^{\alpha_2}})$$

$$V_{t(ib)}, W_{tg(ib)}, W_{td(ib)}, C_{t(ib)} = \theta_{3i} (\rho_{0i} \delta_{0i} D_{i(ib)}^{\delta_1 H_i^{\delta_2}})$$

$$V_{b(ib)}, W_{bg(ib)}, W_{bd(ib)}, C_{b(ib)} = \theta_{4i} (\rho_{0i} \delta_{0i} D_{i(ib)}^{\delta_1 H_i^{\delta_2}} - \rho_{0i} \alpha_{0i} D_{i(ib)}^{\alpha_1 H_i^{\alpha_2}})$$

where,

(ib) = inside-bark component

θ_0 = parameter representing the taper equation

ϑ_1 y ϑ_2 = parámetros de los puntos de inflexión

ε_{ij} = error j en el árbol i

ρ_{0i} = valor de la densidad para $W_{sg(cc)}$, $W_{sd(cc)}$ y $C_{s(cc)}$, que se asumieron constantes, lo cual no aplicó para $V_{s(cc)}$ en la ecuación de volumen fuste.

El SC incluyó ecuaciones de ahusamiento (d), volumen de fuste (V_s), volumen comercial (V_m), volumen total árbol (V_t) y volumen de ramas (V_b). Estos componentes fueron la base del SC y definieron el grupo de ecuaciones para W_g , W_d y C .

La ecuación de volumen de fuste fue la reportada por Schumacher (1933) y es dada en la Ecuación 3, la ecuación de volumen total árbol ($V_s + V_b$) es dada en la Ecuación 4 y la de volumen de ramas en la Ecuación 5, para todas las variables:

$$V_{s(cc)}, W_{sg(cc)}, W_{sd(cc)}, C_{s(cc)} = \rho_{0i} \alpha_{0i} D_{i(cc)}^{\alpha_1 H_i^{\alpha_2}} \quad (3)$$

$$V_{t(cc)}, W_{tg(cc)}, W_{td(cc)}, C_{t(cc)} = \rho_{1i} \delta_{0i} D_{i(cc)}^{\delta_1 H_i^{\delta_2}} \quad (4)$$

$$V_{b(cc)}, W_{bg(cc)}, W_{bd(cc)}, C_{b(cc)} = \rho_{1i} \delta_{0i} D_{i(cc)}^{\delta_1 H_i^{\delta_2}} - \rho_{0i} \alpha_{0i} D_{i(cc)}^{\alpha_1 H_i^{\alpha_2}} \quad (5)$$

donde,

$V_{s(cc)}$, $V_{t(cc)}$ y $V_{b(cc)}$ = volumen de fuste, total árbol y ramas (m^3), respectivamente

$W_{sg(cc)}$, $W_{tg(cc)}$ y $W_{bg(cc)}$ = peso verde de fuste, total árbol y ramas (kg), respectivamente

$W_{sd(cc)}$, $W_{td(cc)}$ y $W_{bd(cc)}$ = biomasa de fuste, total árbol y ramas (kg), respectivamente

$C_{s(cc)}$, $C_{t(cc)}$ y $C_{b(cc)}$ = concentración de carbono de fuste, total árbol y ramas (kg), respectivamente

(cc) = componente con corteza

ρ_{0i} = densidad correspondiente a $W_{sg(cc)}$, $W_{sd(cc)}$ y $C_{s(cc)}$, lo cual no aplica para $V_{s(cc)}$ en la ecuación de volumen fuste

α_i ($i = 1, 2$) = parámetros comunes para $V_{s(cc)}$, $W_{sg(cc)}$, $W_{sd(cc)}$ y $C_{s(cc)}$

α_{0i} ($i = 1, 2, 3, 4$) = parámetros específicos para cada ecuación ($i = 1$ para $V_{s(cc)}$, $i = 2$ para $W_{sg(cc)}$, $i = 3$ para $W_{sd(cc)}$ e $i = 4$ para $C_{s(cc)}$), los cuales se escalaron con los parámetros conocidos de la densidad (ρ_{0i}). El mismo procedimiento en δ_i y δ_{0i} para total árbol.

Las ecuaciones con corteza se plantearon sin corteza con la adición de un parámetro de proporción, tal como sigue:

$$d_{ij(sc)} = \theta_0 f(d_{ij(cc)})$$

$$V_{m_{ij}(sc)}, W_{m_{ijg}(sc)}, W_{m_{ijd}(sc)}, C_{m_{ij}(sc)} = \theta_{1i} f(V_{m_{ij}(cc)})$$

$$V_{s(sc)}, W_{sg(sc)}, W_{sd(sc)}, C_{s(sc)} = \theta_{2i} (\rho_{0i} \alpha_{0i} D_{i(cc)}^{\alpha_1 H_i^{\alpha_2}})$$

$$V_{t(sc)}, W_{tg(sc)}, W_{td(sc)}, C_{t(sc)} = \theta_{3i} (\rho_{0i} \delta_{0i} D_{i(cc)}^{\delta_1 H_i^{\delta_2}})$$

$f(d_{ij(obi)})$ = taper function

θ_{1i} = parameters representing merchantable volume, green weight, dry biomass and carbon concentration

$f(V_{mij(obi)})$ = merchantable volume function

θ_{2i}, θ_{3i} y θ_{4i} = parameters representing the stem inside-bark volume, total tree inside-bark volume and branch inside-bark volume equations ($i = 1, 2, 3, 4$).

Fitting of the compatible system

The CS was simultaneously fitted by generalized nonlinear least squares (GNLS) of the SAS® MODEL procedure (SAS Institute Inc., 2015). In addition, a continuous autoregressive error structure (CAR2) was included to correct the autocorrelation in the taper, as well as a power function [$\sigma_i^2 = (D_i^2 H_i)^{\theta}$] to correct the heteroscedasticity in the merchantable stem, total tree and branch equations (Özçelik & Crecente-Campo, 2016; Quiñonez-Barraza et al., 2014). To make the fitting of the taper, merchantable volume, merchantable green weight, merchantable biomass and merchantable carbon concentration equations compatible with those of volume, green weight, biomass and carbon concentration for the stem, total tree and branches, both outside-and inside-bark equations, a weighting variable (Pn) was used, which implied the division of 1 by the number of heights measured in the stem of each tree (ni) ($Pn = 1 / ni$). The weighted function was programmed for the stem as $V_s, W_{sg}, W_{sd}, C_s = resid. V_s, W_{sg}, W_{sd}, C_s \sqrt{Pn}$ in the fitting procedure, as well as for the total tree and branches components.

Fitting statistics

Goodness-of-fit of the CS was evaluated with global statistics such as root mean square error (RMSE), adjusted coefficient of determination (R^2), mean Bias and Akaike information criterion (AIC). The standard error of estimate (SEE), R^2 and bias were used per relative height classes for the taper and merchantable equations.

Results and discussion

The 34 CS equations were simultaneously fitted and the 36 parameters were different from zero at a significance level of 1 % ($P < 0.01$). The fitting guaranteed the compatibility of the equations, and the parameter errors were simultaneously minimized (Brooks, Jiang, & Clark III, 2007; Jiang & Brooks, 2008). The base parameters of the taper equation and the merchantable stem and total tree volumes defined the global and specific parameters for the rest of the variables, both outside-and inside-bark components (Table 2). The use of green density, basic density and percentage of biomass for carbon concentration allowed modeling the five variables in the stem, total tree and

$$V_{b(sc)}, W_{bg(sc)}, W_{bd(sc)}, C_{b(sc)} = \theta_{4i} (\rho_{0i} \delta_{0i} D_{i(cc)}^{\delta_{1i} H_i^{\delta_{2i}}} - \rho_{0i} \alpha_{0i} D_{i(cc)}^{\alpha_{1i} H_i^{\alpha_{2i}}})$$

donde,

(sc) = componente sin corteza

θ_0 = parámetro que representa la ecuación de ahusamiento

$f(d_{ij(cc)})$ = función de ahusamiento

θ_{1i} = parámetros que representan el volumen, peso verde, biomasa seca y concentración de carbono comerciales

$f(V_{mij(cc)})$ = función de volumen comercial

θ_{2i}, θ_{3i} y θ_{4i} = parámetros que representan a las ecuaciones de volumen total fuste, total árbol y ramas sin corteza ($i = 1, 2, 3, 4$).

Ajuste del sistema compatible

El SC fue ajustado simultáneamente por mínimos cuadrados generalizados no lineales (GNLS) del procedimiento MODEL de SAS® (SAS Institute Inc., 2015). Además, se incluyó una estructura autorregresiva continua de los errores (CAR2) para corregir la autocorrelación en el ahusamiento, y una función de potencia [$\sigma_i^2 = (D_i^2 H_i)^{\theta}$] para corregir la heterocedasticidad en las ecuaciones comerciales de fuste, total árbol y de ramas (Özçelik & Crecente-Campo, 2016; Quiñonez-Barraza et al., 2014). Para hacer compatible el ajuste de las ecuaciones de ahusamiento, volumen comercial, peso verde comercial, biomasa comercial y concentración de carbono comercial con las de volumen, peso verde, biomasa y concentración de carbono para el fuste, total árbol y ramas, con corteza y sin corteza, se utilizó una variable de ponderación (Pn), la cual implicó la división de 1 entre el número de alturas medidas en el fuste de cada árbol (ni) ($Pn = 1 / ni$). La función de ponderación fue programada para el fuste como $V_s, W_{sg}, W_{sd}, C_s = resid. V_s, W_{sg}, W_{sd}, C_s \sqrt{Pn}$ en el procedimiento de ajuste, así como para el componente total árbol y ramas.

Estadísticos de ajuste

La capacidad de ajuste del SC se evaluó con estadísticos globales: raíz del cuadrado medio del error (RMSE), coeficiente de determinación ajustado (R^2), sesgo promedio y criterio de información de Akaike (AIC). El error estándar de la estimación, R^2 y sesgo se utilizaron por clases de altura relativa para el ahusamiento y ecuaciones comerciales.

Resultados y discusión

Las 34 ecuaciones del SC se ajustaron simultáneamente y los 36 parámetros resultaron diferentes de cero a un nivel de significancia de 1 % ($P < 0.01$). El ajuste garantizó la compatibilidad de las ecuaciones, y los errores de los parámetros fueron minimizados simultáneamente (Brooks, Jiang, & Clark III, 2007; Jiang & Brooks, 2008). Los parámetros base de la ecuación

branch components. This procedure was similar to that proposed by Parresol and Thomas (1989), but assuming constant density along the tree stem. Brooks, Jiang, and Zhang (2007), and Ver Planck and MacFarlane (2015) found similar results in predicting biomass with a merchantable volume function.

The lowest inflection point occurs at 4.64 % of total height, while the highest inflection point occurs at 18.09 % (Table 2). The normalized form factors of the three segments were 0.086, 0.229 and 0.407 (Fang et al., 2000), suggesting a strong taper below 20 % relative height, while the stem has a better form after that height; this behavior is common in this species. Vargas-Larreta et al. (2017) fitted a regional model for the species, in which they suggest form factors similar to those found.

The fitting statistics showed the accuracy of the CS equations, which are presented in Table 3. The lowest R^2 values were found for the branch component: 0.742 outside-bark and 0.668 for inside-bark components; however, these statistics are considered efficient, if compared with the low values reported by Simental-Cano et al. (2017) for different species, among them *Q. sideroxylla* ($R^2 = 0.48$). The improved fitting is due to the fact that the merchantable branch volume considered all the merchantable branches for each tree and not only the branches with a basal diameter greater than 5 cm, as considered by Vargas-Larreta et al. (2017) in developing a forest biometric system for some forests in Mexico. In addition, volume, green weight, biomass and carbon concentration estimation can be made at desired upper-heights and diameters, which involves an important gain compared to models based on allometric relationships and expansion factors such as those of Nívar (2009), and Silva-Arredondo and Nívar-Cháidez (2009). In the other CS equations, the lowest R^2 values were 0.959 and 0.923 for outside-bark and inside-bark diameters, respectively. Because the outside- and inside-bark components for green weight, biomass and carbon concentration equations were scaled from the merchantable volume of the stem, total tree and branches, the R^2 values were the same for the sets of equations, but those of RMSE, AIC and Bias were different.

The variation in $\hat{\alpha}_{0i}$ allowed us to intrinsically model the parameters of ρ_{0i} and ρ_{1i} in the system equations. For green weight, it was found that $\rho_{01} = \hat{\alpha}_{02} / \hat{\alpha}_{01} = 1\ 552.00$ and $\rho_{11} = (\hat{\delta}_{02} / \hat{\delta}_{01}) = 1\ 441.49$; in biomass $\rho_{02} = \hat{\alpha}_{03} / \hat{\alpha}_{01} = 683.54$ and $\rho_{12} = (\hat{\delta}_{03} / \hat{\delta}_{01}) = 634.86$, while for carbon concentration $\rho_{03} = \hat{\alpha}_{04} / \hat{\alpha}_{01} = 343.79$ and $\rho_{13} = (\hat{\delta}_{04} / \hat{\delta}_{01}) = 318.49$, in the stem and total tree components, respectively. These values are comparable to the density values corresponding to each variable, but depend on the values of $\hat{\alpha}_1$ and $\hat{\alpha}_2$ for the stem volume, and $\hat{\delta}_1$ and $\hat{\delta}_2$ for total tree volume.

de ahusamiento y los volúmenes comerciales de fuste y total árbol definieron los parámetros globales y específicos para el resto de las variables con corteza y sin corteza (Cuadro 2). El uso de la densidad verde, densidad básica y porcentaje de biomasa para la concentración de carbono permitió modelar las cinco variables en los componentes de fuste, total árbol y ramas. Este procedimiento fue similar al propuesto por Parresol y Thomas (1989), pero asumiendo la densidad constante a lo largo del fuste. Brooks, Jiang, y Zhang (2007), y Ver Planck y MacFarlane (2015) encontraron resultados similares en la predicción de la biomasa con una función de volumen comercial.

El punto de inflexión inferior sucede al 4.64 % de la altura total, mientras que el superior al 18.09 % (Cuadro 2). Los factores de forma normalizados de los tres segmentos fueron 0.086, 0.229 y 0.407 (Fang et al., 2000), lo que sugiere un ahusamiento fuerte por debajo de 20 % de altura relativa, mientras que el fuste tiene una mejor conformación después de dicha altura; este comportamiento es común en la especie. Vargas-Larreta et al. (2017) ajustaron un modelo regional para la especie, en el cual sugieren factores de forma similares a los encontrados.

Los estadísticos de ajuste mostraron la precisión de las ecuaciones del SC, los cuales se presentan en el Cuadro 3. Para el componente de ramas se encontraron los valores de R^2 más bajos; 0.742 con corteza y 0.668 sin corteza; sin embargo, estos estadísticos se consideran eficientes, si se comparan con los valores bajos reportados por Simental-Cano et al. (2017) para diferentes especies, entre ellas *Q. sideroxylla* ($R^2 = 0.48$). La mejora en el ajuste se debe a que el volumen comercial de ramas consideró todas las ramas comerciales para cada árbol y no sólo las ramas con diámetro basal mayor de 5 cm, tal como lo consideraron Vargas-Larreta et al. (2017) en el desarrollo del sistema biométrico forestal de algunos bosques de México. Además, la estimación del volumen, peso verde, biomasa y concentración de carbono puede realizarse en alturas y diámetros de punta deseados, lo cual considera una ganancia importante comparada con modelos basados en relaciones alométricas y factores de expansión como los de Nívar (2009), y Silva-Arredondo y Nívar-Cháidez (2009). En las otras ecuaciones del SC, los valores de R^2 más bajos fueron de 0.959 y 0.923 para el ahusamiento, con corteza y sin corteza, respectivamente. Debido a que las ecuaciones de peso verde, biomasa y concentración de carbono, con corteza y sin corteza, fueron escaladas del volumen comercial, del fuste, total árbol y ramas, los valores de R^2 fueron los mismos para los grupos de ecuaciones, pero los de RMSE, AIC y sesgo fueron diferentes.

La variación de $\hat{\alpha}_{0i}$ permitió modelar intrínsecamente los parámetros de ρ_{0i} y ρ_{1i} en las ecuaciones del sistema. Para el peso verde, se encontró $\rho_{01} = \hat{\alpha}_{02} / \hat{\alpha}_{01} = 1\ 552.00$

Table 2. Estimate parameters of compatible system equations for taper, volume, green weight, biomass and carbon concentration of *Quercus sideroxyla*.

Cuadro 2. Estimadores de los parámetros de los componentes de las ecuaciones del sistema compatible de ahusamiento, volumen, peso verde, biomasa y concentración de carbono de *Quercus sideroxyla*.

Parameter/ Parámetro	Estimate/ Estimador	SE/EE	t	P	Parameter/ Parámetro	Estimate/ Estimador	SE/EE	t	P
$\alpha_{01(V_{sob})} / \alpha_{01(V_{scc})}$	0.00003	7.1×10^{-6}	39.81	<0.0001	$\alpha_{04(C_{sob})} / \alpha_{04(C_{scc})}$	0.00963	0.00024	39.82	<0.0001
$\alpha_{1(V_{sob})} / \alpha_{1(V_{scc})}$	2.17879	0.00959	227.18	<0.0001	$\theta_{0(dib)} / \theta_{0(dsc)}$	0.82130	0.00672	122.22	<0.0001
$\alpha_{2(V_{sob})} / \alpha_{2(V_{scc})}$	0.85272	0.00902	94.50	<0.0001	$\theta_{11(V_{mib})} / \theta_{11(V_{msc})}$	0.70054	0.00801	87.45	<0.0001
β_1	0.00001	3.6×10^{-6}	18.20	<0.0001	$\theta_{21(V_{sib})} / \theta_{21(V_{ssc})}$	0.72230	0.00685	105.47	<0.0001
β_2	0.00002	1.4×10^{-5}	12.50	<0.0001	$\theta_{31(V_{tib})} / \theta_{31(V_{tsc})}$	0.68538	0.00652	105.13	<0.0001
β_3	0.00003	4.7×10^{-6}	66.37	<0.0001	$\theta_{41(V_{bib})} / \theta_{41(V_{bsc})}$	0.52499	0.01700	30.90	<0.0001
ϑ_1	0.04643	0.00382	12.14	<0.0001	$\theta_{12(W_{mgib})} / \theta_{12(W_{mgsc})}$	0.65491	0.00746	87.84	<0.0001
ϑ_2	0.18090	0.01890	9.55	<0.0001	$\theta_{22(W_{sgib})} / \theta_{22(W_{sgsc})}$	0.66609	0.00611	108.93	<0.0001
ϱ_1	0.68358	0.05860	11.67	<0.0001	$\theta_{32(W_{t gib})} / \theta_{32(W_{t gsc})}$	0.66270	0.00620	106.96	<0.0001
ϱ_2	0.20490	0.03360	6.10	<0.0001	$\theta_{42(W_{b gib})} / \theta_{42(W_{b gsc})}$	0.64401	0.02130	30.29	<0.0001
$\delta_{01(V_{tob})} / \delta_{01(V_{tcc})}$	0.00004	0.00001	37.48	<0.0001	$\theta_{13(W_{mdib})} / \theta_{13(W_{mdsc})}$	0.65491	0.00746	87.84	<0.0001
$\delta_{1(V_{tob})} / \delta_{1(V_{tcc})}$	2.20564	0.01020	216.06	<0.0001	$\theta_{23(W_{sdib})} / \theta_{23(W_{sdsc})}$	0.66609	0.00611	108.94	<0.0001
$\delta_{2(V_{tob})} / \delta_{2(V_{tcc})}$	0.80209	0.00924	86.84	<0.0001	$\theta_{33(W_{tdib})} / \theta_{33(W_{tdsc})}$	0.66270	0.00620	106.96	<0.0001
$\delta_{02(W_{igob})} / \delta_{02(W_{igcc})}$	0.05334	0.00142	37.53	<0.0001	$\theta_{43(W_{bdib})} / \theta_{43(W_{bdsc})}$	0.64401	0.02130	30.29	<0.0001
$\delta_{03(W_{tdob})} / \delta_{03(W_{tdcc})}$	0.02349	0.00063	37.53	<0.0001	$\theta_{14(C_{mib})} / \theta_{14(C_{msc})}$	0.65226	0.00739	88.23	<0.0001
$\delta_{04(C_{tob})} / \delta_{04(C_{tcc})}$	0.01178	0.00031	37.51	<0.0001	$\theta_{24(C_{sib})} / \theta_{24(C_{ssc})}$	0.66221	0.00605	109.39	<0.0001
$\alpha_{02(W_{sgob})} / \alpha_{02(W_{sgcc})}$	0.04346	0.00109	39.89	<0.0001	$\theta_{34(C_{tib})} / \theta_{34(C_{tsc})}$	0.66052	0.00616	107.17	<0.0001
$\alpha_{03(W_{sdob})} / \alpha_{03(W_{sdcc})}$	0.01914	0.00048	39.89	<0.0001	$\theta_{44(C_{bib})} / \theta_{44(C_{bsc})}$	0.65157	0.02160	30.20	<0.0001

SE = standard error; t = Student's t-distribution value; P = value of the probability associated with the t value. d = taper, V_s = stem volume, V_m = merchantable volume, V_t = total tree volume, V_b = branch volume, W_{sg} = stem green weight, W_{mg} = merchantable green weight, W_{tg} = total tree green weight, W_{bg} = branch green weight, W_{sd} = stem biomass, W_{md} = merchantable biomass, W_{td} = total tree biomass, W_{bd} = branch biomass, C_s = stem carbon concentration, C_m = merchantable carbon concentration, C_t = total tree carbon concentration, C_b = branch carbon concentration, ob = outside-bark, ib = inside-bark.

EE = error estándar; t = valor de la distribución t de Student; P = valor de la probabilidad asociado al valor de t. d = ahusamiento, V_s = volumen de fuste, V_m = volumen comercial, V_t = volumen total árbol, V_b = volumen de ramas, W_{sg} = peso verde de fuste, W_{mg} = peso verde comercial, W_{tg} = peso verde total árbol, W_{bg} = peso verde de ramas, W_{sd} = biomasa de fuste, W_{md} = biomasa comercial, W_{td} = biomasa total árbol, W_{bd} = biomasa de ramas, C_s = concentración de carbono en fuste, C_m = concentración de carbono comercial, C_t = concentración de carbono total árbol, C_b = concentración de carbono en ramas, cc = con corteza, sc = sin corteza.

Table 3. Fitting statistics of the compatible system equation components of taper, volume, green weight, biomass and carbon concentration of *Quercus sideroxylla*.**Cuadro 3. Estadísticos de ajuste de los componentes de las ecuaciones del sistema compatible de ahusamiento, volumen, peso verde, biomasa y concentración de carbono de *Quercus sideroxylla*.**

Variable	outside-bark/con corteza					inside-bark/sin corteza				
	np	RMSE	R ²	AIC	Bias/ Sesgo medio	np	RMSE	R ²	AIC	Bias/ Sesgo medio
d (cm)	10	2.708	0.959	1052	0.167	11	3.320	0.923	1266	0.099
V _m (m ³)	8	0.065	0.975	-2835	0.032	9	0.072	0.936	-2733	0.013
V _s (m ³)	3	0.023	0.965	-3955	0.003	4	0.022	0.931	-3992	0.000
V _t (m ³)	3	0.026	0.967	-3821	0.002	4	0.026	0.926	-3810	0.001
V _b (m ³)	6	0.014	0.742	-4458	-0.001	7	0.012	0.668	-4599	0.000
W _{mg} (kg)	8	75.316	0.983	4524	12.683	9	101.587	0.936	4837	18.067
W _{sg} (kg)	3	25.976	0.977	3405	1.076	4	30.620	0.931	3578	0.503
W _{tg} (kg)	3	34.938	0.970	3715	0.967	4	36.448	0.926	3760	0.983
W _{bg} (kg)	6	17.288	0.742	2983	-0.109	7	17.042	0.668	2969	0.475
W _{md} (kg)	8	33.171	0.983	3668	5.586	9	44.741	0.936	3981	7.957
W _{sd} (kg)	3	11.440	0.977	2549	0.474	4	13.486	0.931	2722	0.221
W _{td} (kg)	3	15.387	0.970	2859	0.426	4	16.053	0.926	2904	0.433
W _{bd} (kg)	6	7.614	0.742	2127	-0.048	7	7.506	0.668	2113	0.209
C _m (kg)	8	16.655	0.983	2948	2.245	9	22.343	0.937	3256	3.869
C _s (kg)	3	5.728	0.977	1827	0.182	4	6.743	0.931	1998	0.111
C _t (kg)	3	7.696	0.970	2136	0.176	4	8.026	0.926	2180	0.216
C _b (kg)	6	3.809	0.742	1404	-0.005	7	3.752	0.668	1390	0.104

np = number of parameters in the equation, RMSE = root mean square error, R² = adjusted coefficient of determination, AIC = Akaike information criterion, d = taper, V_m = merchantable volume, V_s = stem volume, V_t = total tree volume, V_b = branch volume, W_{mg} = merchantable green weight, W_{sg} = stem green weight, W_{tg} = total tree green weight, W_{bg} = branch green weight, W_{md} = merchantable biomass, W_{sd} = stem biomass, W_{td} = total tree biomass, W_{bd} = branch biomass, C_m = merchantable carbon concentration, C_s = stem carbon concentration, C_t = total tree carbon concentration, C_b = branch carbon concentration.

np = número de parámetros en la ecuación, RMSE = raíz del cuadrado medio del error, R² = coeficiente de determinación ajustado, AIC = criterio de información de Akaike, d = ahusamiento, V_m = volumen comercial, V_s = volumen de fuste, V_t = volumen total árbol, V_b = volumen de ramas, W_{mg} = peso verde comercial, W_{sg} = peso verde de fuste, W_{tg} = peso verde total árbol, W_{bg} = peso verde de ramas, W_{md} = biomasa comercial, W_{sd} = biomasa de fuste, W_{td} = biomasa total árbol, W_{bd} = biomasa de ramas, C_m = concentración de carbono comercial, C_s = concentración de carbono en fuste, C_t = concentración de carbono total árbol, C_b = concentración de carbono en ramas.

The fitting statistics by relative height classes are shown in Table 4. The 10 % class considered merchantable measurements from the base and around the dbh. The lowest efficiency was found in the extreme classes, i.e., at stump height and in the 90 % class. The latter is associated with the number of observations (16) and CS restrictions on top diameter.

The residuals per relative height classes (h/H) and total height (H), for taper and volume, are presented in box and whisker plots in Figure 2, for green weight in Figure 3, for biomass in Figure 4 and for carbon

and $\rho_{11} = (\hat{\delta}_{02} / \hat{\delta}_{01}) = 1\ 441.49$; en la biomasa $\rho_{02} = \hat{\alpha}_{03} / \hat{\alpha}_{01} = 683.54$ y $\rho_{12} = (\hat{\delta}_{03} / \hat{\delta}_{01}) = 634.86$; mientras que para la concentración de carbono $\rho_{03} = \hat{\alpha}_{04} / \hat{\alpha}_{01} = 343.79$ y $\rho_{13} = (\hat{\delta}_{04} / \hat{\delta}_{01}) = 318.49$, en los componentes fuste y total árbol, respectivamente. Estos valores son equiparables a los de densidad correspondiente a cada variable, pero dependen de los valores de $\hat{\alpha}_1$ y $\hat{\alpha}_2$ para el fuste, y $\hat{\delta}_1$ y $\hat{\delta}_2$ para total árbol.

Los estadísticos de ajuste por clases de altura relativa se presentan en el Cuadro 4. La clase de 10 % consideró las mediciones comerciales desde la base y alrededor del

Table 4. Fitting statistics for the relative height classes of the compatible system equation components of taper, volume, green weight, biomass and carbon concentration of *Quercus sideroxylla*.

Cuadro 4. Estadísticos de ajuste para las clases de altura relativa de los componentes de las ecuaciones del sistema compatible de ahusamiento, volumen, peso verde, biomasa y concentración de carbono de *Quercus sideroxylla*.

h/H (%)	n	outside-bark/ con corteza					inside-bark/ sin corteza				
		d (cm)	V _m (m ³)	W _{mg} (kg)	W _{md} (kg)	C _m (kg)	d (cm)	V _m (m ³)	W _{mg} (kg)	W _{md} (kg)	C _m (kg)
SEE/EEE											
10	178	3.632	0.028	38.412	16.919	8.449	4.106	0.024	34.167	15.076	7.519
20	26	2.897	0.022	47.410	20.817	10.854	3.511	0.038	54.310	23.889	11.966
30	29	2.365	0.029	65.414	28.714	15.024	3.116	0.043	60.347	26.612	13.284
40	36	2.096	0.059	68.870	30.295	15.434	3.667	0.080	109.573	48.459	24.091
50	50	2.101	0.055	64.113	28.222	14.236	2.800	0.068	94.284	41.591	20.750
60	49	1.899	0.071	77.653	34.198	17.147	2.434	0.078	106.835	47.251	23.489
70	57	2.044	0.081	83.061	36.597	18.230	2.829	0.098	137.765	60.692	30.335
80	43	1.602	0.100	102.587	45.197	22.538	2.347	0.116	162.924	71.748	35.881
90	16	2.151	0.163	172.223	75.886	37.769	2.685	0.161	220.525	97.663	48.459
100	38	0.528	0.088	109.245	48.095	24.207	0.683	0.073	116.337	43.450	21.788
R ²											
10	178	0.903	0.788	0.803	0.803	0.804	0.843	0.729	0.734	0.733	0.735
20	26	0.911	0.985	0.967	0.967	0.964	0.822	0.915	0.914	0.914	0.914
30	29	0.937	0.990	0.973	0.974	0.971	0.845	0.955	0.956	0.956	0.956
40	36	0.949	0.980	0.986	0.986	0.986	0.805	0.934	0.937	0.936	0.937
50	50	0.900	0.971	0.980	0.980	0.980	0.742	0.913	0.915	0.914	0.915
60	49	0.916	0.972	0.983	0.983	0.983	0.771	0.935	0.938	0.938	0.939
70	57	0.875	0.967	0.983	0.983	0.983	0.650	0.900	0.900	0.900	0.900
80	43	0.841	0.961	0.979	0.979	0.979	0.555	0.893	0.894	0.894	0.894
90	16	0.484	0.938	0.965	0.965	0.965	0.140	0.895	0.901	0.900	0.902
100	38	0.784	0.963	0.971	0.971	0.970	0.508	0.946	0.930	0.950	0.949
Bias/Sesgo medio											
10	178	-0.227	0.020	24.563	10.827	5.353	1.012	0.017	24.055	10.628	5.291
20	26	0.654	0.011	-11.227	-4.881	-2.880	-0.102	0.008	8.678	4.065	1.864
30	29	-0.082	0.012	-19.217	-8.377	-4.784	-0.403	0.017	19.763	9.034	4.288
40	36	0.864	0.030	-3.137	-1.273	-1.388	-0.007	0.020	23.860	10.925	5.173
50	50	0.394	0.030	6.312	2.867	0.834	-0.821	0.015	17.665	8.112	3.825
60	49	0.513	0.037	7.235	3.294	0.906	-0.454	0.023	27.036	12.318	5.874
70	57	0.192	0.047	15.051	6.751	2.531	-0.788	0.007	3.904	2.187	0.769
80	43	0.191	0.065	21.589	9.675	3.689	-0.583	0.002	-5.073	-1.598	-1.241
90	16	0.557	0.089	9.189	4.327	0.234	0.421	0.049	55.966	25.717	12.117
100	38	0.086	0.039	4.847	2.253	0.308	0.111	-0.019	9.452	0.689	0.538

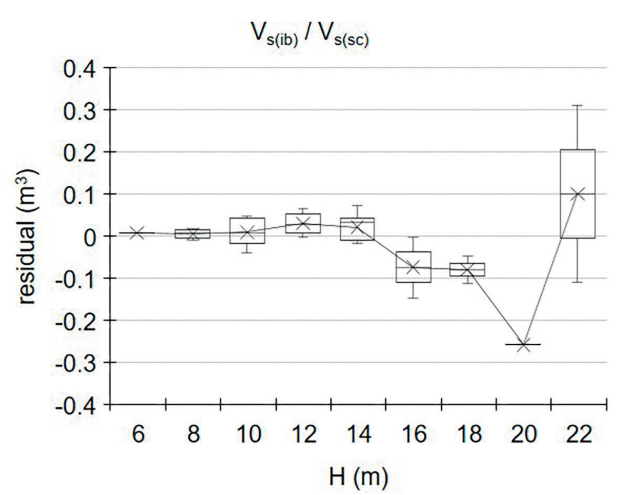
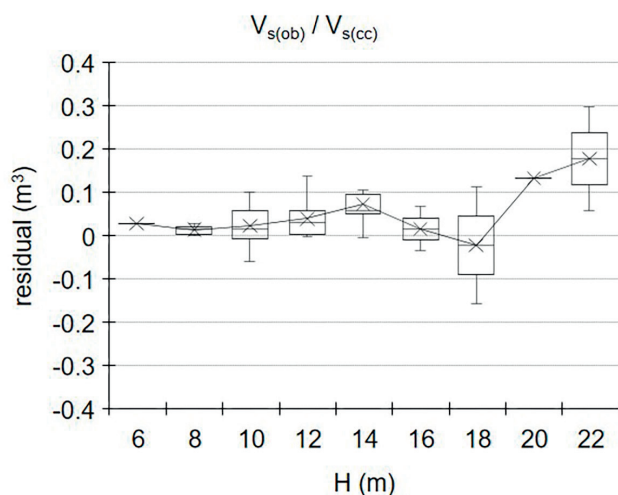
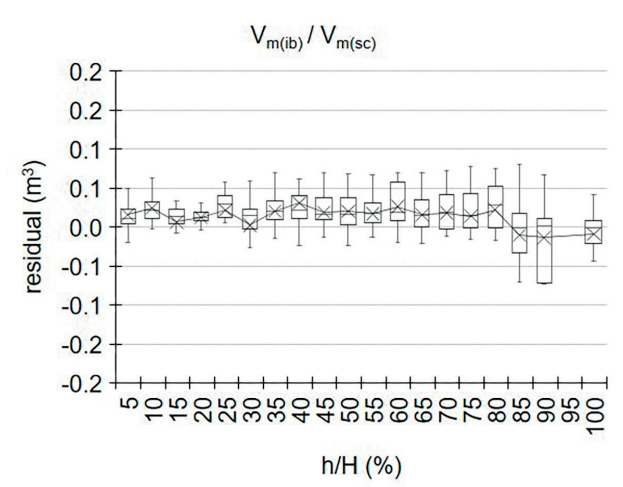
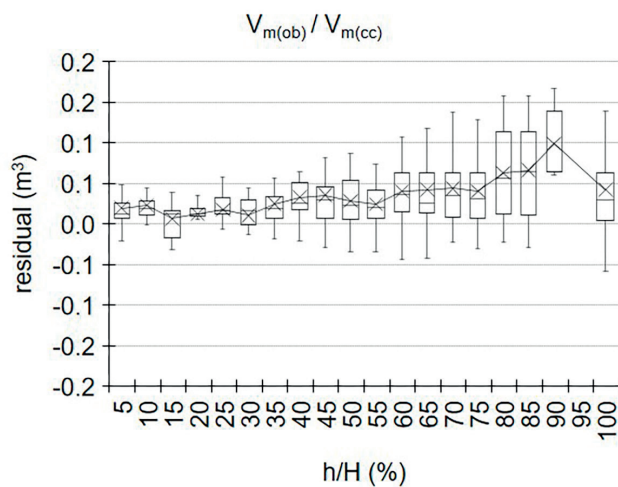
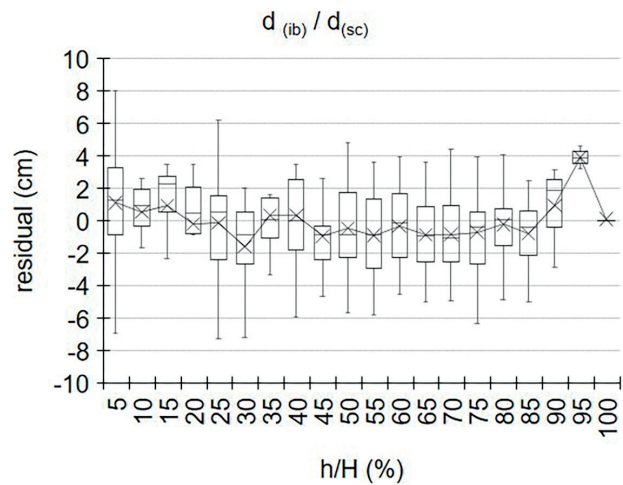
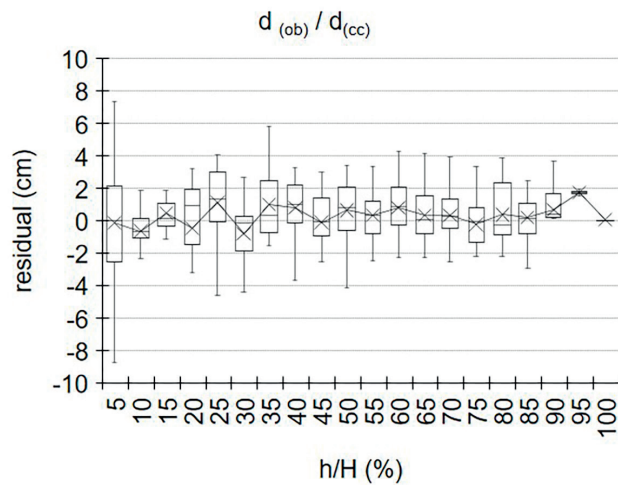
h/H = relative height; n = number of observations per relative height classes; SEE = standard error of estimate, R² = adjusted coefficient of determination, d = taper, V_m = merchantable volume, W_{mg} = merchantable green weight, W_{md} = merchantable biomass, C_m = merchantable carbon concentration.

h/H = altura relativa; n = número de observaciones por categoría de altura relativa; EEE = error estándar de la estimación, R² = coeficiente de determinación, d = ahusamiento, V_m = volumen comercial, W_{mg} = peso verde comercial, W_{md} = biomasa comercial, C_m = concentración de carbono comercial.

concentration in Figure 5. The CS modeled biomass and carbon concentration with high statistical precision, which will allow quantification of these variables for complete trees, as well as merchantable heights and inclusion in forest inventories. Similar patterns have been reported by Fang et al. (2000) for volume and taper and by Kozak and Smith (1993) for taper in standard error of estimate and average Bias.

diámetro normal. La eficiencia menor se encontró en las clases extremas; es decir, a la altura del tocón y en la clase del 90 %. Esta última está asociada con el número de observaciones (16) y con las restricciones del SC en el diámetro de la punta.

Los residuales por clases de altura relativa (h/H) y altura total (H), para el ahusamiento y volumen, se



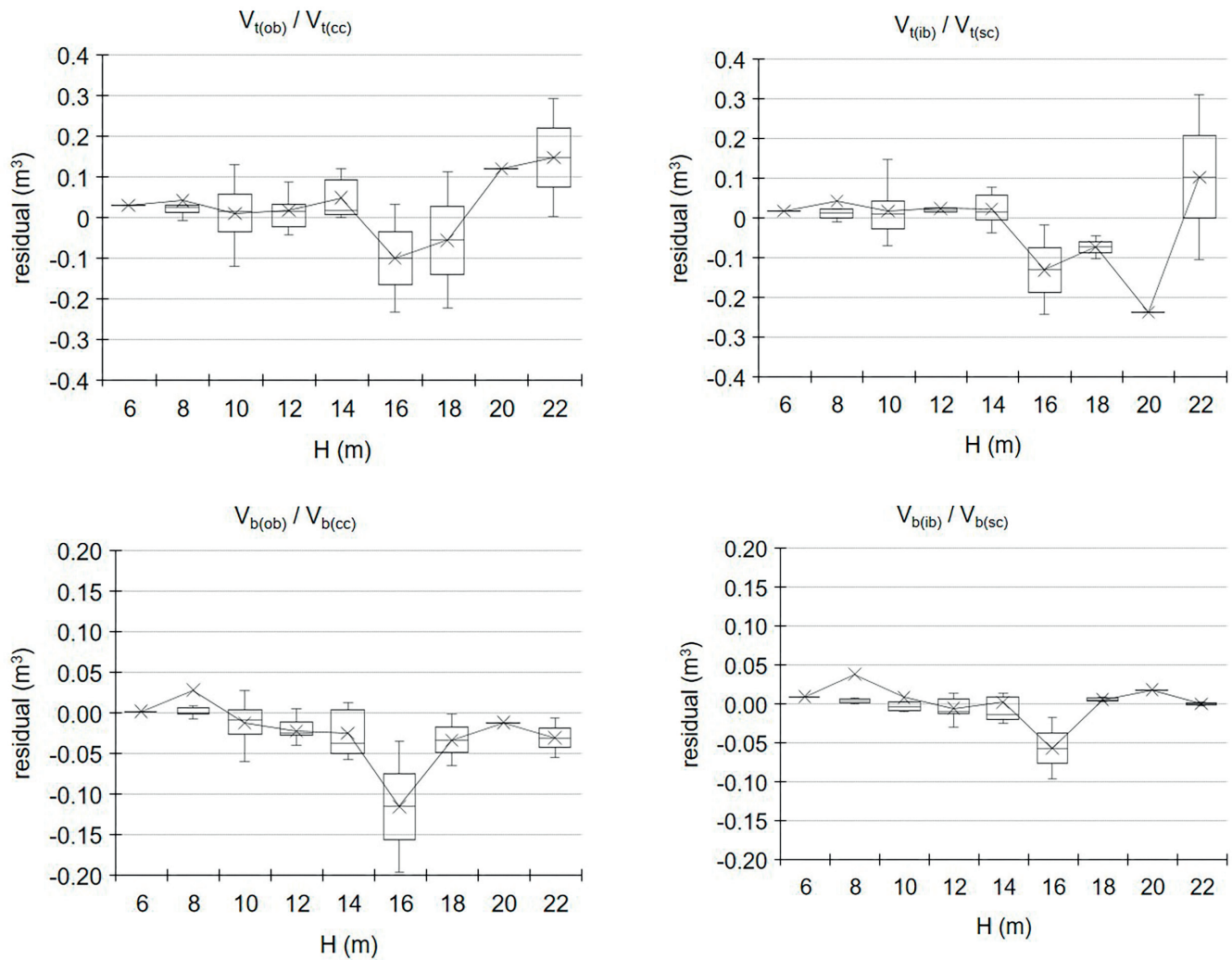


Figure 2. Dispersion of the residuals of taper (d) and merchantable volume (V_m) with respect to relative height (h/H), and of stem (V_s), total tree (V_t) and branch (V_b) volumes with respect to total height (H), outside-bark (ob) and inside-bark (ib).

Figura 2. Dispersión de los residuales del ahusamiento (d) y volumen comercial (V_m) respecto a la altura relativa (h/H), y de volumen de fuste (V_s), total árbol (V_t) y ramas (V_b) respecto a la altura total (H), con corteza (cc) y sin corteza (sc).

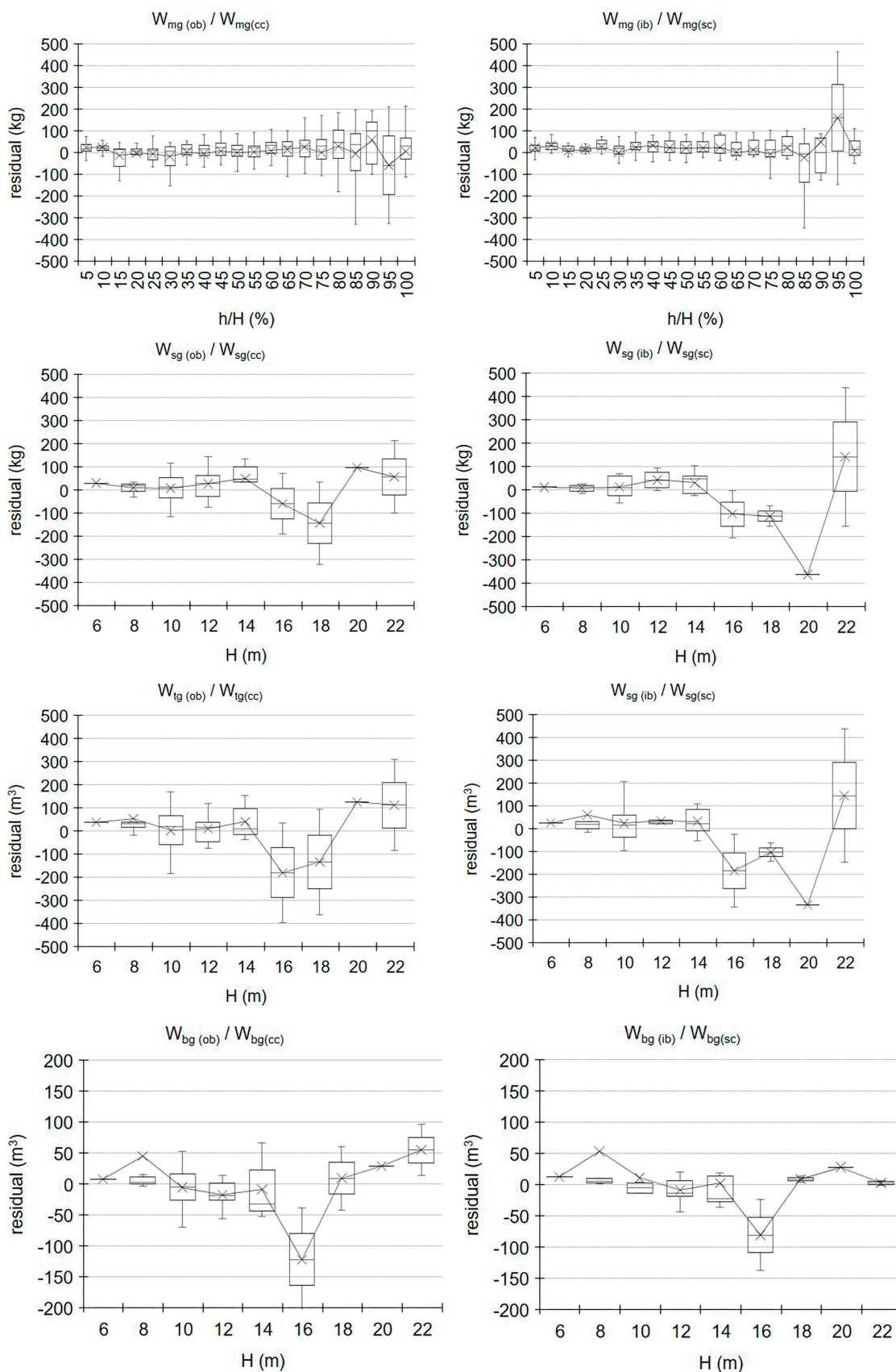


Figure 3. Dispersion of the residuals of merchantable green weight (W_{mg}) with respect to relative height (h/H), and of stem (W_{sg}), total tree (W_{tg}) and branch (W_{bg}) green weight with respect to total height (H), outside-bark (ob) and inside-bark (ib).

Figura 3. Dispersión de los residuos de peso verde comercial (W_{mg}) respecto a la altura relativa (h/H), y de peso verde de fuste (W_{sg}), total árbol (W_{tg}) y ramas (W_{bg}) respecto a la altura total (H), con corteza (cc) y sin corteza (sc).

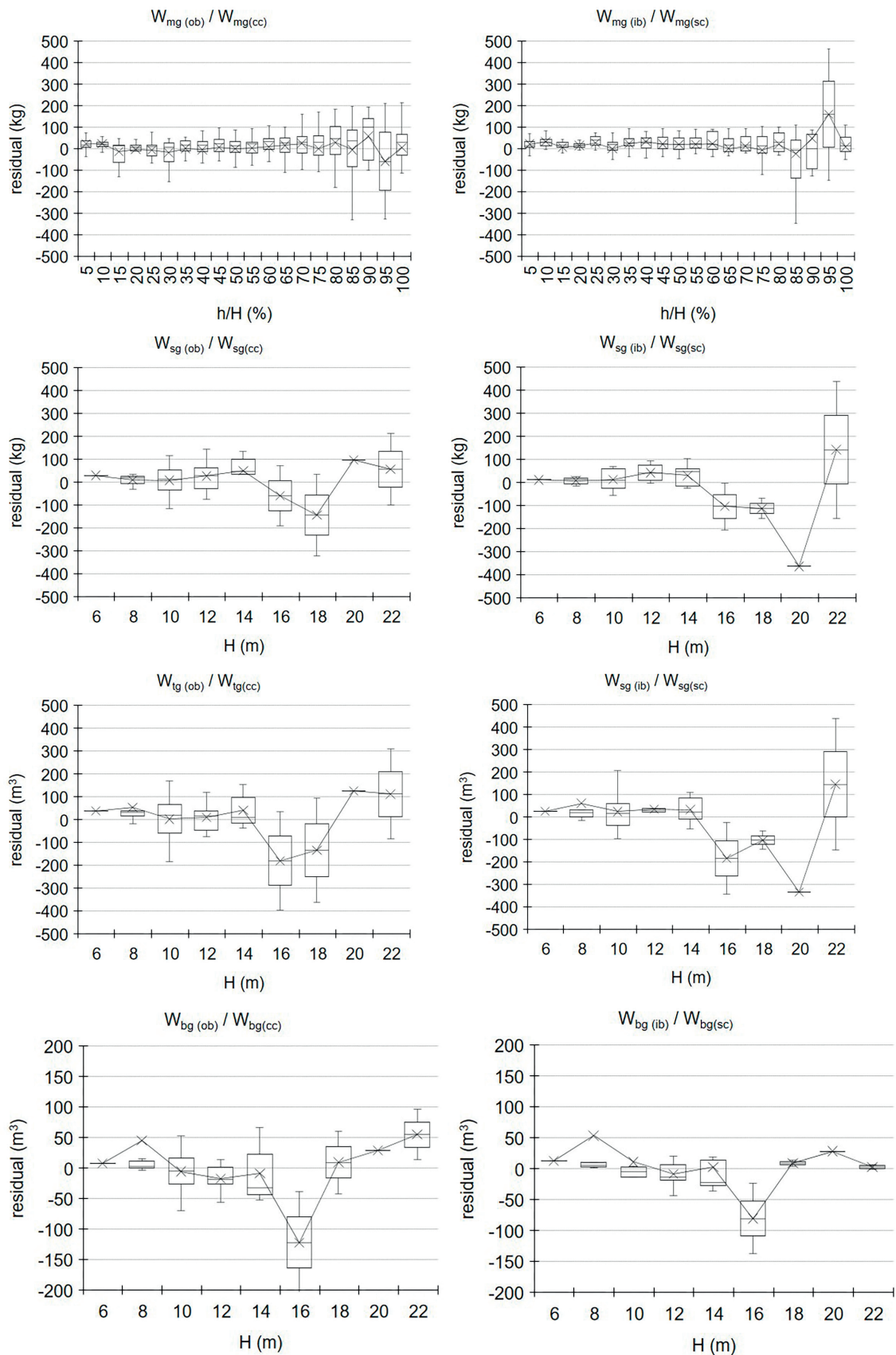


Figure 4. Dispersion of the residuals of merchantable biomass (W_{md}) with respect to relative height (h/H), and of stem (W_{sd}), total tree (W_{td}) and branch (W_{bd}) biomass with respect to total height (H), outside-bark (ob) and inside-bark (ib).

Figura 4. Dispersión de los residuos de biomasa comercial (W_{md}) respecto a la altura relativa (h/H), y de biomasa de fuste (W_{sd}), total árbol (W_{td}) y ramas (W_{bd}) respecto a la altura total (H), con corteza (cc) y sin corteza (sc).

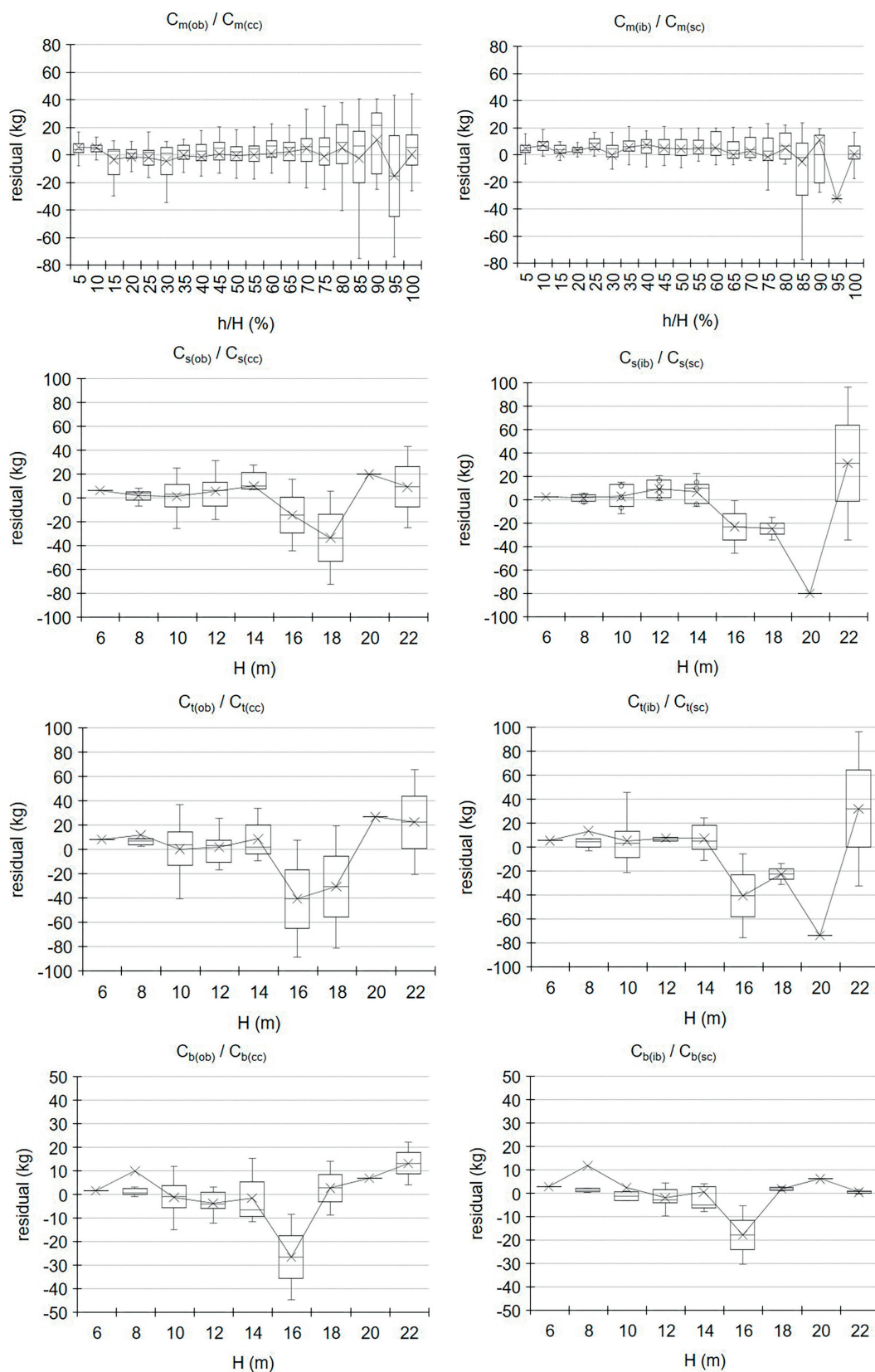


Figure 5. Dispersion of the residuals of merchantable carbon concentration (C_m) with respect to relative height (h/H), and of stem (C_s), total tree (C_t) and branch (C_b) carbon concentrations with respect to total height (H), outside bark (ob) and inside bark (ib).

Figura 5. Dispersión de los residuales de concentración de carbono comercial (C_m) respecto a la altura relativa (h/H), y de concentración de carbono de fuste (C_s), total árbol (C_t) y ramas (C_b) respecto a la altura total (H), con corteza (cc) y sin corteza (sc).

Table 5 shows the variances-covariances and correlations matrix for some of the CS variables. Because the green weight, biomass and carbon concentration were scaled from the volume, it was logical that the residuals were correlated. The correlation coefficient of the W_{md} and W_{mg} errors was 1.00, as it was also for C_m with W_{mg} and W_{md} ; this pattern was observed for the residuals outside- and inside-bark. A similar trend was found for the stem green weight, biomass and carbon concentration equations.

presentan en forma de cajas y alambres en la Figura 2, para el peso verde en la Figura 3, para la biomasa en la Figura 4 y para la concentración de carbono en la Figura 5. El SC modeló la biomasa y concentración de carbono con precisión estadística alta, lo cual permitirá la cuantificación de estas variables para árboles completos, así como alturas comerciales y la inclusión en inventarios forestales. Patrones similares han sido reportados por Fang et al. (2000) para volumen y ahusamiento y por Kozak y Smith (1993) para el

Table 5. Variances-covariances and correlations matrix of the residuals of the compatible taper, volume, green weight, biomass and carbon concentration system of *Quercus sideroxyla*.

Cuadro 5. Matriz de varianzas, covarianzas y correlaciones de los residuales del sistema compatible de ahusamiento, volumen, peso verde, biomasa y concentración de carbono de *Quercus sideroxyla*.

Variables		outside-bark/ con corteza					inside-bark/ sin corteza				
		d	V _m	W _{mg}	W _{md}	C _m	D	V _m	W _{mg}	W _{md}	C _m
outside-bark/ con corteza	d	7.17	0.02	11.76	5.18	2.33	4.40	0.01	3.64	1.60	0.75
	V _m	0.13	0.01	3.40	1.50	0.73	0.03	0.01	2.52	1.11	0.55
	W _{mg}	0.06	0.82	5 402	2 379	1 199	45.93	1.99	3 309	1457	730.91
	W _{md}	0.06	0.82	1.00	1 048	528.46	20.23	0.88	1457.78	642.04	321.91
	C _m	0.05	0.80	1.00	1.00	2 670.3	10.19	0.43	7 24.84	319.24	160.18
inside-bark/ sin corteza	d	0.50	0.16	0.19	0.19	0.19	10.78	0.06	85.38	37.60	18.82
	V _m	0.02	0.40	0.39	0.39	0.38	0.26	0.01	6.76	2.98	1.49
	W _{mg}	0.01	0.45	0.46	0.46	0.45	0.26	0.98	9 775	4 305	2 151.99
	W _{md}	0.01	0.45	0.46	0.46	0.45	0.26	0.98	1.00	1 896	947.79
	C _m	0.01	0.45	0.46	0.46	0.45	0.26	0.98	1.00	1.00	473.74
		V _s	V _t	W _{sg}	W _{sd}	C _s	V _s	V _t	W _{sg}	W _{sd}	C _s
outside-bark/ con corteza	V _s	0.01	0.01	6.04	2.66	1.31	0.01	0.01	3.95	1.74	0.87
	V _t	0.85	0.01	7.55	3.32	1.66	0.00	0.01	5.66	2.49	1.25
	W _{sg}	0.87	0.85	9 234	4 066	2 045	4.19	4.44	5 906	2 601	1 300
	W _{sd}	0.87	0.85	1.00	1 791	900	1.85	1.96	2 601	1 145	572.82
	C _s	0.85	0.84	1.00	1.00	453.69	0.93	0.99	1 306	575.25	287.62
inside-bark/ sin corteza	V _s	0.48	0.54	0.54	0.54	0.54	0.01	0.01	9.27	4.08	2.04
	V _t	0.41	0.67	0.48	0.48	0.48	0.89	0.01	9.75	4.29	2.15
	W _{sg}	0.48	0.54	0.54	0.54	0.54	1.00	0.89	13 075	5 758	2 879
	W _{sd}	0.48	0.54	0.54	0.54	0.54	1.00	0.89	1.00	2 536	1 333
	C _s	0.48	0.54	0.54	0.54	0.54	1.00	0.89	1.00	1.00	634.09

The variances are presented on the diagonal of the matrices, and the covariances and correlation coefficients are at the top and bottom of the diagonal, respectively. d = taper, V_m = merchantable volume, V_s = stem volume, V_t = total tree volume, W_{mg} = merchantable green weight, W_{sg} = stem green weight, W_{sd} = stem biomass, C_m = merchantable carbon concentration, C_s = stem carbon concentration.

Las varianzas se presentan en la diagonal de las matrices, y las covarianzas y coeficientes de correlación se encuentran en la parte superior e inferior de la diagonal, respectivamente. d = ahusamiento, V_m = volumen comercial, V_s = volumen de fuste, V_t = volumen total árbol, W_{mg} = peso verde comercial, W_{sg} = peso verde de fuste, W_{sd} = biomasa de fuste, C_m = concentración de carbono comercial, C_s = concentración de carbono en fuste.

This implies that as the residuals of one equation vary, they also do systematically for the other equation. This correlation is not important, as it is possible that the stem profile predictions will improve if the bolt correlation is reasonably traced (Fang et al., 2000). The taper-merchantable volume correlation (0.13 and 0.02 outside- and inside-bark, respectively) presented the same pattern for green weight, biomass and carbon concentration. In addition, the data comply with the factor pointed out by Williams and Reich (1997); that is, they were representative of the study area and not taken in the cutting areas, which are considered mature trees.

Although the results of fitting the CS equations showed efficient statistics assuming constant density, a function to model density would improve the results. This is because wood density values increase from the base of the tree to the top, as well as from the center of the stem to the outside of the bark (Calegario, Gregoire, da Silva, Tomazello, & Alves, 2017). In addition, young trees with narrow growth rings have higher wood density than old trees (Pajtík, Konôpka, & Lukac, 2008). The use of a linear or quadratic wood density function may improve predictive accuracy; however, improvements may only be marginal and can considerably increase the complexity of the system (Jiang & Brooks, 2008).

Conclusions

A compatible taper, volume, green weight, dry biomass and carbon concentration system for the species *Q. sideroxylla* was generated, with the inclusion of wood density. Fitting statistics showed that outside- and inside-bark equations efficiently estimate variables in the stem, total tree and branch components. Variables can be estimated at a desired upper-diameter or upper-height. Although density was not modeled as a function of merchantable height in the compatible system, the results demonstrate that the equations are consistent. These can be used to carry out timber and carbon inventories, for forest management and planning objectives or for environmental services in the measurement and monitoring of carbon sequestration. In addition, the compatible system allows estimating the biomass expansion factors.

Acknowledgments

The first author thanks the *Consejo de Ciencia y Tecnología* (CONACYT) for fellowship 247171, for the postdoctoral stay at The University of Georgia. Thanks also go to the ejido San Diego de Tezains for the use of the taper data of the species studied.

End of English version

ahusamiento en el error estándar de la estimación y sesgo.

En el Cuadro 5 se presenta la matriz de varianzas, covarianzas y correlaciones para algunas de las variables del SC. Debido a que el peso verde, la biomasa y la concentración de carbono fueron escalados del volumen, resultó lógico que los residuales estén correlacionados. El coeficiente de correlación de los errores de W_{md} y W_{mg} fue de 1.00 al igual que para C_m con W_{mg} y W_{md} ; este patrón se observó para los residuales con corteza y sin corteza. Una tendencia similar fue encontrada para las ecuaciones de fuste en peso verde, biomasa y concentración de carbono. Lo anterior implica que a medida que los residuales de una ecuación varían, también lo hacen sistemáticamente para la otra ecuación. Esta correlación no es importante, ya que es posible que las predicciones del perfil del fuste mejoren si la correlación del fuste es trazada razonablemente (Fang et al., 2000). La correlación del ahusamiento y volumen comercial (0.13 y 0.02 con corteza y sin corteza, respectivamente) presentó el mismo patrón para el peso verde, biomasa y carbono. Además, los datos cumplen el factor señalado por Williams y Reich (1997); es decir, fueron representativos del área de estudio y no tomados en las áreas de corta, que se consideran árboles maduros.

Aunque los resultados del ajuste de las ecuaciones del SC mostraron estadísticos eficientes asumiendo la densidad constante, una función para modelar la densidad mejoraría los resultados. Esto debido a que, los valores de la densidad de la madera incrementan de la base del árbol hasta la punta, así como del centro del fuste al exterior de la corteza (Calegario, Gregoire, da Silva, Tomazello, & Alves, 2017). Además, los árboles jóvenes con anillos de crecimiento estrechos presentan densidad de la madera más alta que los árboles viejos (Pajtík, Konôpka, & Lukac, 2008). El uso de una función lineal o cuadrática de la densidad de la madera puede mejorar la precisión de las predicciones; sin embargo, las mejoras pueden ser marginales y puede aumentar considerablemente la complejidad del sistema (Jiang & Brooks, 2008).

Conclusiones

Un sistema compatible de ahusamiento, volumen, peso verde, biomasa seca y concentración de carbono para la especie *Q. sideroxylla* se generó con inclusión de la densidad de la madera. Los estadísticos de ajuste mostraron que las ecuaciones con corteza y sin corteza estiman las variables en los componentes de fuste, total árbol y ramas eficientemente. Las variables pueden estimarse a un diámetro de punta o altura comercial deseada. Aunque en el sistema compatible no se modeló la densidad en función de la altura comercial,

References / Referencias

- Aquino-Ramírez, M., Velázquez-Martínez, A., Echeverría-Barra, J. D., & Castellanos-Bolaños, J. F. (2018). Carbon concentration in three species of tropical trees in the Sierra Sur of Oaxaca Mexico. *Agrociencia*, 52(3), 455–465. Retrieved from <http://www.colpos.mx/agrocien/Bimestral/2018/abr-may/abr-may-18.html>
- Bailey, R. L. (1995). Upper stem volumes from stem analysis data: An overlapping bolts method. *Canadian Journal of Forest Research*, 25(1), 170–173. doi: 10.1139/x95-020
- Brooks, J. R., Jiang, L., & Clark III, A. (2007). Compatible stem taper, volume, and weight equations for young longleaf pine plantations in Southwest Georgia. *Southern Journal of Applied Forestry*, 31(4), 187–191. doi: 10.1093/sjaf/31.4.187
- Brooks, J. R., Jiang, L., & Zhang, Y. (2007). Predicting green and dry mass of yellow-poplar: An integral approach. *Canadian Journal of Forest Research*, 37(4), 786–794. doi: 10.1139/x06-210
- Calegario, N., Gregoire, T. G., da Silva, T. A., Tomazello, F. M., & Alves, J. A. (2017). Integrated system of equations for estimating stem volume, density, and biomass for Australian redcedar (*Toona ciliata*) plantations. *Canadian Journal of Forest Research*, 47(5), 681–689. doi: 10.1139/cjfr-2016-0135
- Corral-Rivas, J., Vega-Nieva, D., Rodríguez-Soalleiro, R., López-Sánchez, C., Wehenkel, C., Vargas-Larreta, B., . . . Ruiz-González, A. (2017). Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. *Forests*, 8(11), 417. doi: 10.3390/f8110417
- Fang, Borders, E., & Bailey, L. (2000). Compatible volume-taper models for Loblolly and Slash Pine based on a system with segmented-stem form factors. *Forest Science*, 46(1), 1–12. doi: 10.1093/forestscience/46.1.1
- García, E. (2004). *Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen* (5.ª ed.). México: Universidad Autónoma Nacional de México, Instituto de Geografía.
- Jiang, L., & Brooks, J. R. (2008). Taper, volume, and weight equations for Red Pine in west Virginia. *Northern Journal of Applied Forestry*, 25(3), 151–153. doi: 10.1093/njaf/25.3.151
- Jordan, L., Souter, R., Parresol, B., & Daniels, R. F. (2006). Application of the algebraic difference approach for developing self-referencing specific gravity and biomass equations. *Forest Science*, 52(1), 81–92. doi: 10.1093/forestscience/52.1.81
- Kozak, A., & Smith, J. H. G. (1993). Standards for evaluating taper estimating systems. *The Forestry Chronicle*, 69(4), 438–444. doi: 10.5558/tfc69438-4
- Miles, P. D., & Smith, W. B. (2009). *Specific gravity and other properties of wood and bark for 156 tree species found in North America* (vol. 38). USA: US Department of Agriculture, Forest Service, Northern Research Station. Retrieved from <https://www.fs.usda.gov/treearch/pubs/34185>
- los resultados demuestran que las ecuaciones son consistentes. Estas pueden ser utilizadas para realizar inventarios maderables y de carbono, con fines de manejo forestal o de servicios ambientales en la medición y monitoreo de captura de carbono. Además, el sistema compatible permite estimar los factores de expansión de biomasa.

Agradecimientos

El autor principal agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca 247171, para realizar la estancia postdoctoral en The University of Georgia. También se agradece al Ejido san Diego de Tezains por las facilidades para el uso de los datos de ahusamiento de la especie estudiada.

Fin de la versión en español

- Nájera, L. J. A., Escárpita, B. J. L., Honorato, S. J. A., Hernández, F. J., Graciano, J. J., & de la Cruz, C. R. (2007). Physical and mechanical properties of wood in *Quercus sideroxylla* Hump & Bonpl of El Salto, Durango. *TecnoINTELECTO*, 4(1), 13–18. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/242242832_PROPIEDADES_FISICOMECAICAS_DE_LA_MADERA_EN_Quercus_sideroxylla_Hump_Bonpl_DE_LA_REGION_DE_EL_SALTO_DURANGO_Physical_and_mechanical_properties_of_wood_in_Quercus_sideroxylla_Hump_Bonpl_of_El_Salto_Duran
- Návar, J. (2009). Allometric equations for tree species and carbon stocks for forests of northwestern Mexico. *Forest Ecology and Management*, 257(2), 427–434. doi: 10.1016/j.foreco.2008.09.028
- Ordóñez-Díaz, J. A. B., Galicia-Naranjo, A., Venegas-Mancera, N. J., Hernández-Tejeda, T., Ordóñez-Díaz, M. d. J., & Dávalos-Sotelo, R. (2015). Densidad de las maderas mexicanas por tipo de vegetación con base en la clasificación de J. Rzedowski: compilación. *Madera y Bosques*, 21, 77–216. Retrieved from <http://www.scielo.org.mx/pdf/mb/v21nspe/v21nspea6.pdf>
- Özçelik, R., & Cao, Q. V. (2017). Evaluation of fitting and adjustment methods for taper and volume prediction of Black Pine in Turkey. *Forest Science*, 63(4), 349–355. doi: 10.5849/FS.2016-067
- Özçelik, R., & Crecente-Campo, F. (2016). Stem taper equations for estimating merchantable volume of Lebanon Cedar trees in the Taurus Mountains, southern Turkey. *Forest Science*, 62(1), 78–91. doi: 10.5849/forsci.14-212
- Pajtík, J., Konôpka, B., & Lukac, M. (2008). Biomass functions and expansion factors in young Norway spruce (*Picea abies* [L.] Karst) trees. *Forest Ecology and Management*, 256(5), 1096–1103. doi:10.1016/j.foreco.2008.06.013

- Parresol, B. R. (1999). Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. *Forest Science*, 45(4), 573–593. doi: 10.1093/forests/45.4.573
- Parresol, B. R. (2001). Additivity of nonlinear biomass equations. *Canadian Journal of Forest Research*, 31(5), 865–878. doi: 10.1139/x00-202
- Parresol, B. R., & Thomas, C. E. (1989). A density-integral approach to estimating stem biomass. *Forest Ecology and Management*, 26(4), 285–297. doi:10.1016/0378-1127(89)90089-3
- Parresol, B. R., & Thomas, C. E. (1996). A simultaneous density-integral system for estimating stem profile arid biomass: slash pine and willow oak. *Canadian Journal of Forest Research*, 26(5), 773–781. doi: 10.1139/x26-087
- Pérez-Olvera, C. d. I. P., & Dávalos-Sotelo, R. (2008). Algunas características anatómicas y tecnológicas de la madera de 24 especies de *Quercus* (encinos) de México. *Madera y Bosques*, 14(3), 43–80. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=61712189003>
- Pérez, O. C. P., Dávalos-Sotelo, R., Limón, G., R., & Quintanar, I. P. A. (2015). Características tecnológicas de la madera de dos especies de *Quercus* de Durango, México. *Madera y Bosques*, 21(3), 19–46. Retrieved from <http://www.scielo.org.mx/pdf/mb/v21n3/v21n3a2.pdf>
- Quiñonez-Barraza, G., De los Santos-Posadas, H. M., Álvarez-González, J. G., & Velázquez-Martínez, A. (2014). Compatible taper and merchantable volume system for major pine species in Durango, Mexico. *Agrociencia*, 48(5), 553–567. Retrieved from <http://www.scielo.org.mx/pdf/agro/v48n5/v48n5a8.pdf>
- SAS Institute Inc. (2015). *Base SAS 9.4 Procedures Guide: Statistical Procedure* (3rd ed.). Cary, NC, USA: Author. Retrieved from <https://support.sas.com/documentation/cdl/en/procstat/67528/PDF/default/procstat.pdf>
- Schumacher, F. X. (1933). Logarithmic expression of timber-tree volume. *Journal of Agricultural Research*, 47(9), 719–734. Retrieved from <https://naldc.nal.usda.gov/download/IND43968352/PDF>
- Silva-Arredondo, F. M., & Nívar-Cháidez, J. J. (2009). Estimación de factores de expansión de carbono en comunidades forestales templadas del norte de Durango, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 15(2), 155–163. Retrieved from https://www.chapingo.mx/revistas/forestales/contenido.php?seccion=numero&id_revista_numero=40
- Simental-Cano, B., López-Sánchez, C. A., Wehenkel, C., Vargas-Larreta, B., Álvarez-González, J. G., & Corral-Rivas, J. J. (2017). Species-specific and regional volume models for 12 forest species in Durango, Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(2), 155–171. doi: 10.5154/r.rchscfa.2016.01.004
- Valenzuela, C., Acuña, E., Ortega, A., Quiñonez-Barraza, G., Corral-Rivas, J., & Cancino, J. (2018). Variable-top stem biomass equations at tree-level generated by a simultaneous density-integral system for second growth forests of roble, raulí, and coigüe in Chile. *Journal of Forestry Research*. doi: 10.1007/s11676-018-0630-9
- Vargas-Larreta, B., Corral-Rivas, J. J., Aguirre-Calderón, O. A., López-Martínez, J. O., De los Santos-Posadas, H. M., Zamudio-Sánchez, F. J., . . . Aguirre-Calderón, C. G. (2017). SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(3), 437–455. doi: 10.5154/r.rchscfa.2017.06.040
- Vargas-Larreta, B., López-Sánchez, C. A., Corral-Rivas, J. J., López-Martínez, J. O., Aguirre-Calderón, C. G., & Álvarez-González, J. G. (2017). Allometric equations for estimating biomass and carbon stocks in the temperate forests of north-western Mexico. *Forests*, 8(8), 269. doi: 10.3390/f8080269
- Ver Planck, N. R., & MacFarlane, D. W. (2015). A vertically integrated whole-tree biomass model. *Trees*, 29(2), 449–460. doi: 10.1007/s00468-014-1123-x
- Williams, M. S., & Reich, R. M. (1997). Exploring the error structure of taper equations. *Forest Science*, 43(3), 378–386. doi: 10.1093/forests/43.3.378
- Zakrzewski, W. T., & Duchesne, I. (2012). Stem biomass model for jack pine (*Pinus banksiana* Lamb.) in Ontario. *Forest Ecology and Management*, 279(1), 112–120. doi: 10.1016/j.foreco.2012.05.012
- Zhang, Y., Borders, B. E., & Bailey, R. L. (2002). Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing Loblolly pine. *Forest Science*, 48(3), 595–607. doi: 10.1093/forests/48.3.595
- Zhao, D., Kane, M., Markewitz, D., Teskey, R., & Clutter, M. (2015). Additive tree biomass equations for midrotation Loblolly pine plantations. *Forest Science*, 61(4), 613–623. doi: 10.5849/forsci.14-193
- Zhao, D., Kane, M., Teskey, R., & Markewitz, D. (2016). Modeling aboveground biomass components and volume-to-weight conversion ratios for Loblolly pine trees. *Forest Science*, 62(5), 463–473. doi: 10.5849/forsci.15-129