

Density management diagram for mixed-species forests in the El Salto region, Durango, Mexico

Diagrama de manejo de la densidad para los bosques mezclados de la región de El Salto, Durango

Reyna S. Cabrera-Pérez¹; Sacramento Corral-Rivas^{1*}; Gerónimo Quiñonez-Barraza²; Juan A. Nájera-Luna¹; Francisco Cruz-Cobos¹; Víctor H. Calderón-Leal¹

¹Instituto Tecnológico de El Salto, Programa de Maestría en Ciencias en Desarrollo Forestal Sustentable. Mesa del Tecnológico s/n. C. P. 34942. El Salto, Pueblo Nuevo, Durango, México.

²Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP), Campo Experimental Valle del Guadiana. km 4.5 carretera Durango-Mezquital. C. P. 34170. Durango, Durango, México.

*Corresponding author: sacra.corral@gmail.com, tel.: +52 1 (674) 101 6013.

Abstract

Introduction: Density management diagrams (DMDs) are useful tools for characterizing and managing stand density.

Objective: To develop a DMD to schedule thinnings in the natural mixed-species forests of the El Salto region, Durango.

Materials and methods: The data were collected in 441 temporary sampling plots in 263 mixed-species stands with mainly species of the *Pinus* and *Quercus* genus. The DMD was based on the Hart-Becking index and a relationship of two allometric equations: 1) the quadratic mean diameter (d_g , cm) with the density (N, trees·ha⁻¹) and dominant height (H_d , m), and 2) the volume (V, m³·ha⁻¹) with the d_g , H_d and N. In fitting equations, the ordinary Nonlinear Least Squares (NLS) method was used simultaneously. The maximum density limit was estimated by potential quantile regression that related N to H_d .

Results and discussion: Efficient goodness-of-fit statistics were reported in the fitted models, in terms of Root Mean Square Error (2.29) and coefficient of determination (0.86). The DMD suggests applying thinnings below the maximum density line to avoid mortality. Through the DMD it is possible to evaluate different silvicultural alternatives, schedule thinnings, maximize growth space, promote tree growth and improve forest products.

Conclusion: The DMD developed is useful for thinning scheduling to obtain saw-timber at rotation age.

Keywords: thinning; dominant height; maximum density; Hart-Becking index; quantile regression.

Resumen

Introducción: Los diagramas para el manejo de la densidad (DMD) son herramientas útiles en la caracterización y manejo de la densidad del rodal.

Objetivo: Desarrollar un DMD para programar aclareos en los bosques naturales mezclados de la región de El Salto, Durango.

Materiales y métodos: Los datos se obtuvieron en 441 parcelas temporales de muestreo en 263 rodales mezclados con especies de los géneros *Pinus* y *Quercus*, principalmente. El DMD se basó en el índice de Hart-Becking y una relación de dos ecuaciones alométricas: 1) el diámetro medio cuadrático (d_g , cm) con la densidad (N, árboles·ha⁻¹) y altura dominante (H_d , m), y 2) el volumen (V, m³·ha⁻¹) con el d_g , H_d y N. En el ajuste de los parámetros de las ecuaciones se utilizó el método de mínimos cuadrados ordinarios no lineales en forma simultánea. El límite de densidad máxima se estimó mediante regresión cuantílica potencial que relacionó N con la H_d .

Resultados y discusión: En los modelos ajustados se obtuvieron estadísticos de bondad de ajuste eficientes, en términos de la raíz del error medio cuadrático (2.29) y coeficiente de determinación (0.86). El DMD sugiere aplicar aclareos debajo de la línea de densidad máxima para evitar mortalidad. A través del DMD se pueden evaluar diferentes alternativas silvícolas, programar aclareos, maximizar el espacio de crecimiento, promover el incremento de árboles y mejorar los productos forestales.

Conclusión: El DMD desarrollado es útil para programar aclareos con fines de producción de madera para asierre al final del turno.

Palabras clave: aclareo; altura dominante; densidad máxima; índice de Hart-Becking; regresión cuantílica.

Introduction

Trees are considered the most important elements in a forest ecosystem, as they have different morphological characteristics that give rise to different structures in diameter, height and density. This last characteristic is very important for the assessment of competition among trees of a given stand or forest (Berger & Puettmann, 2000).

Density is a factor that regulates the productivity of a forest site and can be manipulated by the forest manager through thinnings (Daniel, Helms, & Baker, 1982). However, determining the appropriate stand density levels is a complicated process that depends on biological, technological and operational factors (Diéguez-Aranda et al., 2009). The density of a species, mixture of species or specific region is managed through different thicknesses that provide upper and lower limits for the application of thinnings. In order to achieve efficient management in the control of stand density, it is necessary for forest management to have quantitative tools such as DMDs.

DMDs reflect fundamental relationships between the number of trees, their size, the occupation of the growth space and self-thinning (Vacchiano, Motta, Long, & Shaw, 2008). In order to achieve optimal stand density, it is suggested to establish an upper limit that would correspond to the maximum density that a specific stand is capable of supporting in the different stages of development (Barrio-Anta, Balboa-Murias, Castedo-Dorado, Diéguez-Aranda, & Álvarez-González, 2006). A DMD is a graphical model that allows scheduling the thinnings in a stand to avoid tree mortality due to self-thinning; in addition, the effects of the cuttings can be simulated and predicted in a given time (Magaña-Torres, Torres-Rojo, Rodríguez-Franco, Aguirre-Díaz, & Fierros-González, 2008). Also, DMDs are useful tools for developing, evaluating and showing stand density management alternatives for several purposes from wildlife habitat optimization (Sturtevant, Bissonette, & Long, 1996) to aboveground biomass production (Castedo-Dorado, Crecente-Campo, Álvarez-Álvarez, & Barrio-Anta, 2009).

In Mexico, DMDs have been developed for even-aged forests with different species (Márquez-Linares & Álvarez-Zagoya, 1995; Santiago-García et al., 2013; Quiñonez-Barraza et al., 2018) and commercial plantations of *Tectona grandis* L. f. (Minoche, Risio-Allione, Herrero, & Martínez-Zurimendi, 2017); however, few studies have been published about natural forests with mixed species (Corral-Rivas, Álvarez-González, Corral-Rivas, Wehenkel, & López-Sánchez, 2015; Torres-Rojo & Velázquez-Martínez, 2000). Therefore, the objective of this work was to develop a DMD as a tool for planning and scheduling thinnings in mixed-species forests of

Introducción

Los árboles se consideran los elementos más importantes en un ecosistema forestal, ya que presentan características morfológicas distintas que dan lugar a estructuras diferentes en diámetro, altura y densidad. Esta última característica es muy importante para la evaluación de la competencia entre árboles de un rodal o bosque determinado (Berger & Puettmann, 2000).

La densidad es un factor que determina la productividad de un sitio forestal y puede manipularse con relativa facilidad por el manejador forestal mediante los aclareos (Daniel, Helms, & Baker, 1982). No obstante, la determinación de los niveles adecuados de densidad del rodal es un proceso complicado que depende de factores biológicos, tecnológicos y operacionales (Diéguez-Aranda et al., 2009). La densidad de una especie, mezcla de especies o región determinada se maneja mediante diferentes espesuras que contemplan límites superior e inferior para la aplicación de aclareos. Para lograr un manejo eficiente en el control de la densidad del rodal es necesario que el manejo forestal cuente con herramientas cuantitativas como los diagramas de manejo de la densidad (DMD).

Los DMD reflejan relaciones fundamentales entre el número de árboles, su tamaño, la ocupación del espacio de crecimiento y el autoaclareo (Vacchiano, Motta, Long, & Shaw, 2008). En el control de la densidad óptima del rodal se sugiere establecer un límite superior que correspondería con la densidad máxima que un rodal es capaz de sustentar en las diferentes etapas de desarrollo (Barrio-Anta, Balboa-Murias, Castedo-Dorado, Diéguez-Aranda, & Álvarez-González, 2006). Un DMD es un modelo gráfico que permite programar los aclareos en un rodal para anticipar la mortalidad de los árboles por autoaclareo; además, los efectos de las cortas se pueden simular y predecir en un tiempo determinado (Magaña-Torres, Torres-Rojo, Rodríguez-Franco, Aguirre-Díaz, & Fierros-González, 2008). También, los DMD son herramientas útiles para desarrollar, evaluar y mostrar alternativas de manejo de la densidad del rodal para propósitos que van desde la optimización del hábitat de la fauna silvestre (Sturtevant, Bissonette, & Long, 1996) hasta la producción de biomasa aérea (Castedo-Dorado, Crecente-Campo, Álvarez-Álvarez, & Barrio-Anta, 2009).

En México, los DMD se han desarrollado para bosques regulares con diferentes especies (Márquez-Linares & Álvarez-Zagoya, 1995; Santiago-García et al., 2013; Quiñonez-Barraza et al., 2018) y plantaciones comerciales de *Tectona grandis* L. f. (Minoche, Risio-Allione, Herrero, & Martínez-Zurimendi, 2017); sin embargo, son pocos los trabajos publicados en bosques naturales con mezcla de especies (Corral-Rivas, Álvarez-González, Corral-Rivas, Wehenkel, & López-Sánchez,

the *Borbollones ejido*, in Pueblo Nuevo, Durango, as well as to illustrate the use of the DMD for a management scheme, for timber production purposes at the end of the forest rotation

Materials and methods

Study area

The study area is located in the southwestern region of Durango state, Mexico, specifically in the forests of the *Borbollones ejido*, Pueblo Nuevo (Figure 1), which is located at geographical coordinates 23° 30' and 24° 15' N, and 105° 15' and 105° 45' W. The predominant vegetation type corresponds to mixed-species forests with mainly species of the *Pinus* and *Quercus* genus. The elevation ranges from 1400 to 3000 m. The main climate is temperate semi-cold with an annual precipitation regime ranging from 900 to 1200 mm and the mean annual temperature ranges from 8 °C in the upper areas to 24 °C in the lower ones (García, 1981).

2015; Torres-Rojo & Velázquez-Martínez, 2000). Por lo anterior, el objetivo de este trabajo fue desarrollar un DMD como herramienta para la planeación y prescripción de aclareos en bosques mezclados del ejido Borbollones, Pueblo Nuevo, Durango. Además, se ilustra el uso del diagrama para un esquema de manejo, cuyo propósito es la producción de madera para asierre al final del turno.

Materiales y métodos

Área de estudio

El área de estudio se localiza en la región suroeste del estado de Durango, México, concretamente, en los bosques del ejido Borbollones, Pueblo Nuevo (Figura 1), el cual se ubica en las coordenadas 23° 30' y 24° 15' LN, y 105° 15' y 105° 45' LO. El tipo de vegetación predominante corresponde a bosques mezclados con especies de los géneros *Pinus* y *Quercus*, principalmente. La altura sobre el nivel del mar varía de 1400 a

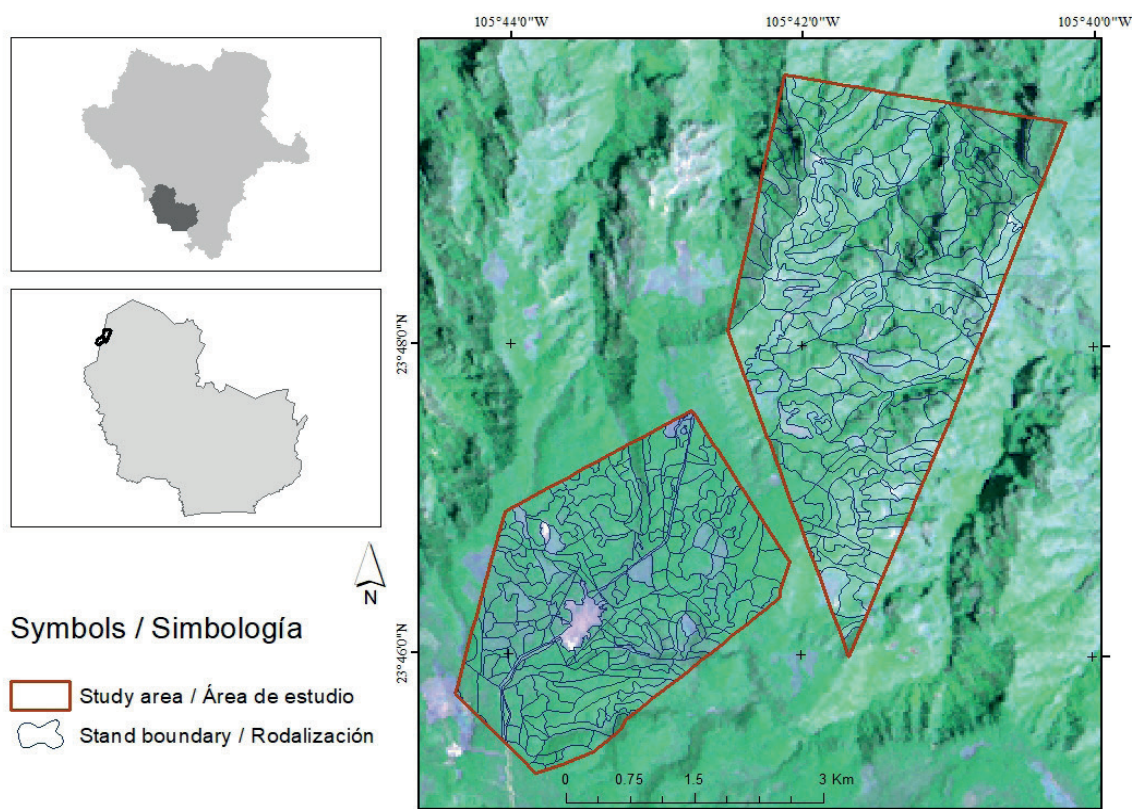


Figure 1. Location of the study area: forests of the Borbollones ejido, Pueblo Nuevo, Durango, Mexico.
Figura 1. Ubicación del área de estudio: bosques del ejido Borbollones, Pueblo Nuevo, Durango, México.

Study data

The data come from 441 temporary circular sampling plots of 0.10 ha, collected in 2012 with a stratified random sampling design for timber management purposes, covering an area of 2 339.89 ha divided into 263 stands. With the information of all species recorded in each plot, the following stand variables were estimated: number of trees per hectare (N; trees·ha⁻¹), basal area (G; m²·ha⁻¹), quadratic mean diameter (d_g ; cm), dominant height estimated as the average of the 100 trees with the largest diameter per hectare (H_d ; m) (Assmann, 1970) and total tree volume (V; m³·ha⁻¹). The species composition was 84 % for the genus *Pinus* (*P. ayacahuite* Ehrenb., *P. chihuahuana* Schiede ex Schltdl. & Cham., *P. cooperi* Blanco, *P. douglasiana* Martínez, *P. durangensis* Martínez., *P. engelmannii* Carr., *P. herrerae* Martínez., *P. leiophylla* Schlecht. & Cham., *P. lumholtzii* B. L. Rob. & Fernald., *P. michoacana* Martínez., *P. oocarpa* Shiede. and *P. teocote* Schlecht. & Cham.); 8 % for the genus *Quercus* (*Q. candicans* Neé, *Q. crassifolia* Ehrenb., *Q. durifolia* Seem., *Q. eduardii* Trel., *Q. scytophylla* Liebm., *Q. obtusata* Bonpl., *Q. rugosa* Neé, and *Q. sideroxila* Humb. & Bonpl.); and 8 % for species such as *Juniperus deppeana* Steud., *Cupressus lusitanica* Mill. and *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco. Table 1 shows a summary of the main statistics of the variables involved in the construction of the DMD.

Equations used in the DMD

The basic structure of a DMD is composed of two allometric equations fitted from density data, and a stand thickness index that is usually used to characterize the silvicultural treatments to be performed. The first of the equations relates the diameter of the average

3 000 m. El clima que prevalece es templado semifrío con un régimen de precipitación anual que fluctúa de 900 a 1 200 mm y una temperatura media anual que oscila de 8 °C en las partes más altas a 24 °C en las más bajas (García, 1981).

Datos de estudio

Los datos provienen de 441 parcelas temporales de muestreo de forma circular de 0.10 ha, obtenidos en el 2012 mediante un diseño de muestreo aleatorio estratificado con fines de manejo forestal maderable, cubriendo una superficie de 2 339.89 ha divididas en 263 unidades de manejo (rodales). Con la información de todas las especies registradas en cada parcela se estimaron las variables de rodal siguientes: número de árboles por hectárea (N; árboles·ha⁻¹), área basal del rodal (G; m²·ha⁻¹), diámetro medio cuadrático (d_g ; cm), altura dominante estimada como el promedio de los 100 árboles de mayor diámetro por hectárea (H_d ; m) (Assmann, 1970) y volumen rolo total árbol (V; m³·ha⁻¹). La composición de especies estimada fue 84 % para el género *Pinus* (*P. ayacahuite* Ehrenb., *P. chihuahuana* Schiede ex Schltdl. & Cham., *P. cooperi* Blanco, *P. douglasiana* Martínez, *P. durangensis* Martínez., *P. engelmannii* Carr., *P. herrerae* Martínez., *P. leiophylla* Schlecht. & Cham., *P. lumholtzii* B. L. Rob. & Fernald., *P. michoacana* Martínez., *P. oocarpa* Shiede. y *P. teocote* Schlecht. & Cham.); 8 % para el género *Quercus* (*Q. candicans* Neé, *Q. crassifolia* Ehrenb., *Q. durifolia* Seem., *Q. eduardii* Trel., *Q. scytophylla* Liebm., *Q. obtusata* Bonpl., *Q. rugosa* Neé, *Q. sideroxila* Humb. & Bonpl.); y 8 % para especies de los géneros *Juniperus deppeana* Steud., *Cupressus lusitanica* Mill. y *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco. El Cuadro 1 muestra un resumen de los estadísticos principales de las variables involucradas en la construcción del DMD.

Table 1. Summary of the database used in the construction of the DMD for mixed-species stands in the Borbollones ejido, Pueblo Nuevo, Durango, Mexico.

Cuadro 1. Resumen de la base de datos empleada en la construcción del diagrama de manejo de la densidad, para rodales mezclados del ejido Borbollones, Pueblo Nuevo, Durango, México.

Stand variables/ Variables de rodal	Minimum/ Mínimo	Maximum/ Máximo	Mean ± SD/Media ± DE
N (trees·ha ⁻¹)/N (árboles·ha ⁻¹)	173	1 180	503.73 ± 210.03
d_g (cm)	15.40	46.20	26.83 ± 6.32
H_d (m)	11.20	20.70	15.70 ± 1.77
V (m ³ ·ha ⁻¹)	40.60	343.10	142.65 ± 46.96

SD = standard deviation; N = number of trees per hectare; d_g = quadratic mean diameter; H_d = dominant height; V = volume.

DE = desviación estándar de la media. N = número de árboles por hectárea; d_g = diámetro cuadrático promedio; H_d = altura dominante; V = volumen.

tree with the density of the stand and a signal of its productivity. The second equation predicts the stand productivity volume based on the variables that define mean tree volume and density. In turn, the variables of the DMD axes are conditioned by the characterization index of the chosen thickness, which forces the density to be represented in terms of the number of trees per hectare. In this study we used the Hart-Becking index "HBI" (Wilson, 1946), also known as the relative spacing index, which is defined as the ratio (expressed as a percentage) between the average distance between the stand trees and the dominant height. The HBI is usually used to define the upper and lower density limits, as well as the need, intensity and frequency of thinnings (Diéguez-Aranda et al., 2009); in addition, it is independent of the age of the stand (Long, 1985) and can be adapted for even- and uneven-aged forests (Gadow & Hui, 1999), thus representing a good silvicultural tool for managing density in mixed-species stands (Barrio-Anta & Álvarez-González, 2005).

Starting from two coordinate axes corresponding to the dominant height (x axis) and the number of trees per hectare (y axis), the isolines of the HBI values and the dependent variables of the allometric relationships are represented: one that relates the quadratic mean diameter with the number of trees per hectare and the dominant height, and another one that relates the stand volume with the number of trees per hectare, the quadratic mean diameter and the dominant height as an indicator of the site quality. The expressions of the equations used in the construction of the DMD are the following (isolating density):

$$HBI = \frac{\sqrt{\frac{20000}{N\sqrt{3}}}}{H_d} 100 \Rightarrow N = \left[\frac{2 \cdot 10^8}{\sqrt{3} \cdot H_d^2 \cdot IHB^2} \right] \quad (1)$$

$$d_g = \beta_1 N^{\beta_2} H_d^{\beta_3} \Rightarrow N = \left[\frac{d_g}{\beta_1 \cdot H_d^{\beta_3}} \right]^{1/\beta_2} \quad (2)$$

$$V = \beta_4 d_g^{\beta_5} N^{\beta_6} H_d^{\beta_7} \Rightarrow N = \left[\frac{v}{\beta_4 \cdot \beta_1^{\beta_5} \cdot H_d^{\beta_3\beta_5 + \beta_7}} \right]^{1/\beta_2\beta_5 + \beta_6} \quad (3)$$

where,

HBI = Hart-Becking relative spacing index (%)

d_g = quadratic mean diameter (cm)

N = density (trees·ha⁻¹)

H_d = dominant height (m)

V = total tree volume (m³·ha⁻¹)

β_i (i = 1 - 7) = parameters to be estimated using NLS.

These relationships have silvicultural and biological consistency; that is, the value of the quadratic mean diameter will be conditioned by the silvicultural treatments (which determine the residuals of the number of trees per hectare) and by the forest productivity (characterized by the dominant height).

Ecuaciones utilizadas

La estructura básica de un DMD está compuesta por dos ecuaciones alométricas ajustadas a partir de datos reales, y un índice de espesura del rodal que suele emplearse para caracterizar los tratamientos silvícolas a realizar. La primera de las ecuaciones relaciona el diámetro del árbol medio con la densidad del rodal y un indicador de su productividad. La segunda ecuación predice el volumen de productividad del rodal en función de las variables que definen el volumen del árbol medio y la densidad. A su vez, las variables de los ejes del DMD están condicionadas por el índice de caracterización de la espesura elegido, lo que obliga a que la densidad sea representada en términos del número de árboles por hectárea. En este trabajo se utilizó el índice de Hart-Becking "IHB" (Wilson, 1946), también conocido como índice de espaciamiento relativo, el cual se define como la razón (expresada en porcentaje) entre la distancia media de los árboles del rodal y la altura dominante. El IHB se emplea habitualmente para definir los límites superior e inferior de densidad, así como la necesidad, intensidad y frecuencia de los aclareos (Diéguez-Aranda et al., 2009); además, es independiente de la edad del rodal (Long, 1985) y puede ser adaptado para bosques regulares e irregulares (Gadow & Hui, 1999), representando, por tanto, una buena herramienta silvícola para el manejo de la densidad en rodales mezclados (Barrio-Anta & Álvarez-González, 2005).

A partir de dos ejes de coordenadas que corresponden a la altura dominante (eje de las abscisas) y al número de árboles por hectárea (eje de las ordenadas) se representan las isolíneas de los valores del IHB y de las variables dependientes de las relaciones alométricas: una que relaciona el diámetro medio cuadrático con el número de árboles por hectárea y la altura dominante, y otra que relaciona el volumen del rodal con el número de árboles por hectárea, el diámetro medio cuadrático y la altura dominante como un indicador de la calidad de estación. Las expresiones de las ecuaciones empleadas en la construcción del DMD son las siguientes (despejando la densidad):

$$IHB = \frac{\sqrt{\frac{20000}{N\sqrt{3}}}}{H_d} 100 \Rightarrow N = \left[\frac{2 \cdot 10^8}{\sqrt{3} \cdot H_d^2 \cdot IHB^2} \right] \quad (1)$$

$$d_g = \beta_1 N^{\beta_2} H_d^{\beta_3} \Rightarrow N = \left[\frac{d_g}{\beta_1 \cdot H_d^{\beta_3}} \right]^{1/\beta_2} \quad (2)$$

$$V = \beta_4 d_g^{\beta_5} N^{\beta_6} H_d^{\beta_7} \Rightarrow N = \left[\frac{v}{\beta_4 \cdot \beta_1^{\beta_5} \cdot H_d^{\beta_3\beta_5 + \beta_7}} \right]^{1/\beta_2\beta_5 + \beta_6} \quad (3)$$

donde,

IHB = índice de espacio de crecimiento relativo de Hart-Becking (%)

d_g = diámetro medio cuadrático (cm)

On the other hand, stand volume is directly related to the basal area (whose value depends on the number of trees per hectare and the quadratic mean diameter) and dominant stand height.

For the HBI calculation, the mean distance between trees corresponding to a stand with a triangular tree distribution has been used, which is more appropriate to the current state of the studied stands (Castaño-Santamaría, Barrio-Anta, & Álvarez-Álvarez, 2013). Considering the above equations, if N is isolated for each of them and different values of HBI, d_g and V are set, expressions can be obtained that allow estimation of the isolines or trajectories that are subsequently superimposed on a cartesian coordinate system with H_d on the x axis and N on the y axis, thus defining the DMD.

The allometric system defined by equations 2 and 3 has d_g as an instrumental variable; that is, d_g is the dependent variable of equation 2, while in equation 3 it is an independent variable. Therefore, both equations were fitted simultaneously to avoid error correlation. The parameters were fitted using NLS with the 'nlsLM' procedure of the minpack.lm package (Elzhov, Mullen, Spiess, & Bolker, 2013) in R (R Core Team, 2014).

The establishment of the self-thinning line or DMD upper limit is considered of significant importance, given its usefulness in simulating natural mortality or self-thinning and prescribing thinning; if this line is not considered, there is a high probability of mortality due to competition. Quantile regression offers the possibility of obtaining the maximum density line and creating different quantile lines for stands that exceed the values observed within the diagram. The maximum density line was fitted by non-linear quantile regression (Koenker & Bassett, 1978) with a potential equation that relates the number of trees per hectare to the dominant height:

$$N = a_1 H_d^{a_2}$$

where, a_1 and a_2 are the parameters to be estimated by minimizing the following function:

$$S = \sum_{N_i \geq \hat{N}_i} \tau |N_i - \hat{N}_i| + \sum_{N_i < \hat{N}_i} (1 - \tau) |N_i - \hat{N}_i|$$

The value of the quantile (τ) used in the fitting process was 95 %, i.e. the upper limit of self-thinning is only exceeded by 5 % of the stands. Parameters a_1 and a_2 were estimated using the "nlrq" function of the "quantreg" module (Koenker, 2015) of program R (R Core Team, 2014).

Evaluation of Allometric Relationships

The analysis of the fitting statistic capacity of the allometric relationships was based on the graphs of

N = densidad (árboles·ha⁻¹)

H_d = altura dominante (m)

V = volumen rollo total árbol (m³·ha⁻¹)

β_i ($i = 1 - 7$) = parámetros a estimar mediante mínimos cuadrados ordinarios no lineales.

Estas relaciones tienen consistencia silvícola y biológica; es decir, el valor del diámetro medio cuadrático va a estar condicionado por los tratamientos silvícolas (que determina los residuales del número de árboles por hectárea) y por la calidad de estación (caracterizada por la altura dominante). Por otro lado, el volumen del rodal está directamente relacionado con el área basal (cuyo valor depende del número de árboles por hectárea y del diámetro medio cuadrático) y con la altura dominante del rodal.

Para el cálculo del IHB se ha empleado la distancia media entre árboles correspondiente a un rodal con una distribución a tresbolillo, que se adecua más al estado actual de las masas estudiadas (Castaño-Santamaría, Barrio-Anta, & Álvarez-Álvarez, 2013). Teniendo en cuenta las ecuaciones anteriores, si se despeja N para cada una de ellas y se fijan valores distintos de IHB, d_g y V , se pueden obtener las expresiones que permiten calcular las isolíneas o trayectorias que posteriormente se sobrepone en un diagrama cartesiano con H_d en el eje de las abscisas y N en el eje de las ordenadas, con lo cual queda el diagrama definido.

El sistema alométrico definido por las ecuaciones 2 y 3 tiene al d_g como variable instrumental; es decir, el d_g es la variable dependiente de la ecuación 2, mientras que en la ecuación 3 es una variable independiente. Por lo anterior, ambas ecuaciones se ajustaron de manera simultánea para evitar la correlación de errores. El ajuste de los parámetros se realizó mediante mínimos cuadrados ordinarios no lineales (ONLS) usando el procedimiento 'nlsLM' del paquete minpack.lm (Elzhov, Mullen, Spiess, & Bolker, 2013) en R (R Core Team, 2014).

El establecimiento de la línea del autoaclareo o límite superior del DMD se considera de importancia significativa, dada su utilidad en la simulación de la mortalidad natural o el autoaclareo y la prescripción de los aclareos; si esta línea no se considera, existe alta probabilidad de mortalidad por competencia. La regresión cuantílica ofrece la posibilidad de obtener la línea de densidad máxima y crear distintas líneas en cuantiles para rodales que superan los valores observados dentro del diagrama. La línea de densidad máxima se ajustó por regresión cuantílica no lineal (Koenker & Bassett, 1978) con una ecuación potencial que relaciona el número de árboles por hectárea con la altura dominante:

$$N = a_1 H_d^{a_2}$$

the residuals and on statistics such as coefficient of determination (R^2) and Root Mean Square Error (RMSE), whose mathematical expressions are as follows:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}}{n - p}$$

where,
 $y_i, \hat{y}_i, e, \bar{y}$ = observed, predicted and mean values of the dependent variable, respectively
 n = number of observations used in the fitting
 p = number of parameters in the equation.

Results and discussion

Allometric relationships

The estimates of the β_i parameters of equations 2 and 3 that define the DMD (Table 2) were different from zero at a significance level of 5 % ($P < 0.05$). The analysis of the residuals showed that the regression equations did not present anomalous tendencies that implied non-fulfillment of the starting hypotheses of normality, homogeneity of variance and independence of errors. By means of the simultaneous fitting of equations 2 and 3, the independent variables were able to explain close to 87 % of the observed variability of the dependent variables, a common situation for static stand models (López-Sánchez & Rodríguez-Soalleiro,

donde, a_1 y a_2 son los parámetros por estimar mediante la minimización de la siguiente función:

$$S = \sum_{N_i \geq \hat{N}_i} \tau |N_i - \hat{N}_i| + \sum_{N_i < \hat{N}_i} (1 - \tau) |N_i - \hat{N}_i|$$

El valor del cuantíl (τ) utilizado en el ajuste fue de 95 %; es decir, el límite superior de autoaclareo solo es superado por el 5 % de los rodales. Los parámetros a_1 y a_2 se estimaron mediante el uso de la función “nlrq” del módulo “quantreg” (Koenker, 2015) del programa R (R Core Team, 2014).

Evaluación de las relaciones alométricas

El análisis de la capacidad de ajuste de las relaciones alométricas se basó en las gráficas de los residuos y en los valores de los estadísticos coeficiente de determinación (R^2) y raíz del error medio cuadrático (RMSE), cuyas expresiones matemáticas son las siguientes:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}}{n - p}$$

donde,
 $y_i, \hat{y}_i, e, \bar{y}$ = valores observado, predicho y medio de la variable dependiente, respectivamente
 n = número de datos empleados en el ajuste
 p = número de parámetros de la ecuación.

Table 2. Estimated parameters in the simultaneous adjustment of the equations* that define the DMD.

Cuadro 2. Parámetros estimados en el ajuste simultáneo de las ecuaciones* que definen el diagrama de manejo de la densidad.

Parameter / Parámetro	Estimator / Estimador	SE / EE	t	Pr > t
β_0	1.735	0.4568	3.7996	<0.0001
β_1	-0.188	0.0176	-10.7020	<0.0001
β_2	1.409	0.0641	21.9578	<0.0001
β_3	1.155	1.1462	1.0076	<0.0001
β_4	0.845	0.2244	3.7649	<0.0001
β_5	0.305	0.0778	3.9176	<0.0001
β_6	0.065	0.3808	0.1717	<0.0001

SE = standard error of the estimated parameters; T = Student's t-statistic; Pr > |t| = probability associated with the parameter estimator under a Student's t distribution. *Equations: $d_g = \beta_1 N^{\beta_2} H_d^{\beta_3} \Rightarrow N = \left[\frac{d_g}{\beta_1 H_d^{\beta_3}} \right]^{1/\beta_2}$; $V = \beta_4 d_g^{\beta_5} N^{\beta_6} H_d^{\beta_7} \Rightarrow N = \left[\frac{V}{\beta_4 \beta_1^{\beta_5} H_d^{\beta_3 \beta_5 + \beta_7}} \right]^{1/\beta_3 \beta_5 + \beta_6}$

EE = error estándar de los parámetros estimados; t = estadístico t de Student; Pr > |t| = probabilidad asociada al estimador del parámetro bajo una distribución de t de Student. *Ecuaciones: $d_g = \beta_1 N^{\beta_2} H_d^{\beta_3} \Rightarrow N = \left[\frac{d_g}{\beta_1 H_d^{\beta_3}} \right]^{1/\beta_2}$; $V = \beta_4 d_g^{\beta_5} N^{\beta_6} H_d^{\beta_7} \Rightarrow N = \left[\frac{V}{\beta_4 \beta_1^{\beta_5} H_d^{\beta_3 \beta_5 + \beta_7}} \right]^{1/\beta_3 \beta_5 + \beta_6}$

2009), minimizing the value of $RMSE$ to 2.3. These results are consistent with the ranges observed in the database and show a correct estimate of d_g and V with the form of the equations. The accuracy in the fitting of equations 1 and 2 is acceptable when comparing the R^2 values with those of other studies carried out on even-aged stands of one or two species (Barrio Anta & Álvarez González, 2005; Castedo-Dorado et al., 2009; Tewari & Álvarez-González, 2014) and on stands with a mixture of species of the genera *Pinus*, *Quercus*, *Cupressus*, *Alnus* and *Juniperus* (Corral-Rivas et al., 2015).

Maximum density limit

The estimated parameters of the self-thinning line ($N = a_1 H_d^{a_2}$) were obtained by quantile regression with an intercept of 52 304.1 and a slope of -1.4391 for the independent term and exponent of the dominant height (a_1 and a_2), respectively. Both parameters values were different from zero ($Pr < 0.05$) and the slope value of the maximum density (-1.4391) line was very close to Yoda's "Law of -3/2" proposal (Yoda, Tatuó, Husato, & Kazuo, 1963). Although this relationship may vary due to site factors (species, productivity, age and shade tolerance), in this study it was very consistent for species diversity and observed density range. In particular, this result supports the conclusion presented by del Río, Montero, and Bravo (2001) and Comeau, White, Kerr, and Hale (2010), who state that the slope is not always close to the theoretical value and may differ significantly between species composition and site quality. Therefore, the slope of the self-thinning model should be estimated with the data for each species and region studied, since populations have a different mortality rate depending on density or growth habits (Santiago-García et al., 2013). Bi, Wan, and Turvey (2000) and Zhang, Bi, Gove, and Heath (2005) indicate that the fitting of the maximum density line by NLS is sensitive to data selection and may produce a line with an inappropriate slope. By contrast, quantile regression solves the problem by minimizing an asymmetric function with the absolute error loss, focusing only on extreme data (Bi, Bruskin, & Smith, 2002).

Density management diagram

In construction of the DMD, first the maximum density line was drawn using the equation $N = a_1 H_d^{a_2}$. Subsequently, the density isolines (equation 1) were superimposed, representing different growth zones on which the level of competition of a particular stand is evaluated. Mortality was presented approximately from the isoline corresponding to 28 % of the HBI; approaching 33 %, mortality was more evident, due to the effect of the competition of the trees for the site's resources (Figure 2). On the other hand, in the DMD, the lower limit of the constant

Resultados y discusión

Relaciones alométricas

Los estimadores de los parámetros β_1 de las ecuaciones 2 y 3 que definen el DMD (Cuadro 2) resultaron diferentes de cero con un nivel de significancia de 5 % ($P < 0.05$). El análisis de los residuales reveló que las ecuaciones de regresión no presentaron tendencias anómalas que hicieran suponer incumplimiento de las hipótesis de partida de normalidad, homogeneidad de varianza e independencia de los errores. Mediante el ajuste simultáneo de las ecuaciones 2 y 3, las variables independientes lograron explicar cerca de 87 % de la variabilidad observada de las variables dependientes, situación común para modelos estáticos de rodal (López-Sánchez & Rodríguez-Soalleiro, 2009), logrando minimizar el valor de la raíz del error medio cuadrático a 2.3. Estos resultados son consistentes con los rangos observados en la base de datos y muestran una estimación correcta del d_g y V con la forma de las ecuaciones. La precisión en el ajuste de las ecuaciones 1 y 2 es aceptable al comparar los valores de R^2 con trabajos desarrollados para rodales regulares de una o dos especies (Barrio Anta & Álvarez González, 2005; Castedo-Dorado et al., 2009; Tewari & Álvarez-González, 2014) y para rodales con mezcla de especies de los géneros *Pinus*, *Quercus*, *Cupressus*, *Alnus* y *Juniperus* (Corral-Rivas et al., 2015).

Límite de densidad máxima

Los estimadores de los parámetros de la ecuación que determina la línea de autoaclareo ($N = a_1 H_d^{a_2}$) se obtuvieron en el ajuste de la regresión cuantílica con un intercepto de 52 304.1 y una pendiente de -1.4391 para el término independiente y exponente de la altura dominante (a_1 y a_2), respectivamente. Ambos estimadores fueron diferentes de cero ($P < 0.05$) y el valor de la pendiente de la línea de densidad máxima (-1.4391) fue muy cercano a la propuesta de Yoda "Ley de -3/2" (Yoda, Tatuó, Husato, & Kazuo, 1963). Aunque esta relación puede variar por factores del sitio (especie, productividad, edad y tolerancia a la sombra), en este estudio fue muy consistente para la diversidad de especies y rango de densidad observado. En particular, este resultado apoya la conclusión presentada por del Río, Montero, y Bravo (2001) y Comeau, White, Kerr, y Hale (2010), quienes afirman que la pendiente no siempre está cerca del valor teórico y que puede diferir significativamente entre composición de especies y calidad de sitio. Por tanto, la pendiente del modelo de autoaclareo se debe estimar con los datos para cada especie y región de estudio, ya que las poblaciones presentan una tasa de mortalidad distinta dependiendo de la densidad o de los hábitos de crecimiento (Santiago-García et al., 2013). Bi, Wan, y Turvey (2000) y Zhang,

growth zone, for those stands that have a dominant height between 14 and 20 m, can be considered from the isoline corresponding to 40 % of the HBI. These results agree with the diagrams developed by Corral-Rivas et al. (2015) that define the lower limit of the free growth zone between 40 and 45 % and the maximum density (upper self-thinning limit) between 25 and 30 % of the HBI for the mixed-species forests of Durango. By contrast, Barrio-Anta and Álvarez-González (2005) found the self-thinning line for pure stands of *Quercus robur* L. from 14 % of the HBI and set the 36 % isoline as the lower limit. This finding suggests that the constant growth zone is between 33 and 37 % of the HBI; therefore, this interval can be considered the level where there is full occupation of the site which, consequently, is where the gross growth of the stand is maximized.

Figure 2 illustrates a case study for the use of the DMD in a management scheme, whose objective is to obtain mostly saw-timber at rotation age. In general, any density program in the diagram focuses on maximizing stand volume production; therefore, density management options can be represented graphically from the ordinate axis (assuming there is no natural mortality). Reducing density by thinning has no effect on the evolution of dominant height (abscissa axis), so the speed at which the mass moves (age of the dominant height) through the abscissa axis depends on the quality of the site or the growth (Reineke, 1933). Total stand production can be obtained directly from any point on the diagram from the isolines representing the total volume. The volume extracted, which results from the various interventions in the form of thinnings, can be estimated as the difference between the volumes before and after the intervention. The sum of these volumes throughout the forest rotation can lead to the estimation of total production under a given silvicultural management regime.

Figure 2 shows a scheme of silvicultural treatments (routes between points AB, CD and EF) in a particular stand with the purpose of obtaining saw-timber at the final harvest (point G of the diagram), which is defined by a dominant height close to 20 m and a quadratic mean diameter of 20 cm, which will give an average volume of 180 m³·ha⁻¹. The scheme consists of three interventions (the first corresponds to a commercial thinning) arranged over time by means of the biological criterion of growth in dominant height of more than five years (routes between points BC, DE, FG), a reasonable value for species that grow in good site conditions; to reach the final objective (point G), the scheme is presented in a stairwayshaped line (dotted line). The vertical segments represent the thinning cuts, while the horizontal ones reflect the intervals between thinnings in a 10 year cutting cycle, assuming that after thinning there will be no mortality

Bi, Gove, y Heath (2005) indican que el ajuste de la línea de densidad máxima por mínimos cuadrados ordinarios es sensible a la selección de los datos y puede producir una línea con una pendiente inapropiada. En contraste, la regresión cuantílica resuelve el problema al minimizar una función asimétrica con la pérdida del error absoluto, enfocándose solo en los datos extremos (Bi, Bruskin, & Smith, 2002).

Diagrama de manejo de la densidad

En la construcción del DMD, primeramente, se dibujó la línea de densidad máxima, utilizando la ecuación $N = a_1 H_d^{a_2}$. Posteriormente, se sobrepusieron las isolíneas de densidad (ecuación 1) que representan diferentes zonas de crecimiento sobre las que se evalúa el nivel de competencia de un rodal en particular. La mortalidad se presentó aproximadamente desde la isolínea que corresponde a 28 % del espacio de crecimiento relativo (IHB); al acercarse a 33 %, la mortalidad fue más evidente, debido al efecto de la competencia de los árboles por los recursos del sitio (Figura 2). Por otro lado, en el diagrama, el límite inferior de la zona de crecimiento constante, para aquellos rodales que tienen altura dominante entre 14 a 20 m, se puede considerar a partir de la isolínea que corresponde a 40 % del IHB. Estos resultados concuerdan con los diagramas desarrollados por Corral-Rivas et al. (2015) que definen el límite inferior de la zona de crecimiento libre entre 40 a 45 % y la densidad máxima (límite superior del autoaclareo) entre 25 a 30 % del IHB para los boques mezclados de Durango. En cambio, Barrio-Anta y Álvarez-González (2005) encontraron la línea de autoaclareo para rodales puros de *Quercus robur* L. a partir de 14 % del IHB y fijaron la isolínea de 36 % como límite inferior; los autores sugieren que la zona de crecimiento constante se encuentra entre 33 y 37 % del IHB, por tanto, este intervalo puede considerarse el nivel donde existe ocupación plena del sitio que, consecuentemente, es donde el crecimiento bruto del rodal se maximiza.

La Figura 2 ilustra un caso de estudio para el uso del DMD en un esquema de manejo, cuyo objetivo es la producción de madera para asierre al final del turno. En general, cualquier programa de manejo de la densidad en el diagrama se centra en maximizar la producción en volumen del rodal; por tanto, las opciones para el manejo de la densidad pueden ser representadas gráficamente a partir del eje de ordenadas (asumiendo que no existe mortalidad natural). La reducción de la densidad por los aclareos no causa efecto en la evolución de la altura dominante (eje de abscisas), por tanto, la velocidad con la que la masa se desplaza (edad de la altura dominante), a través del eje de abscisas, depende de la calidad de sitio o del crecimiento (Reineke, 1933). La producción total

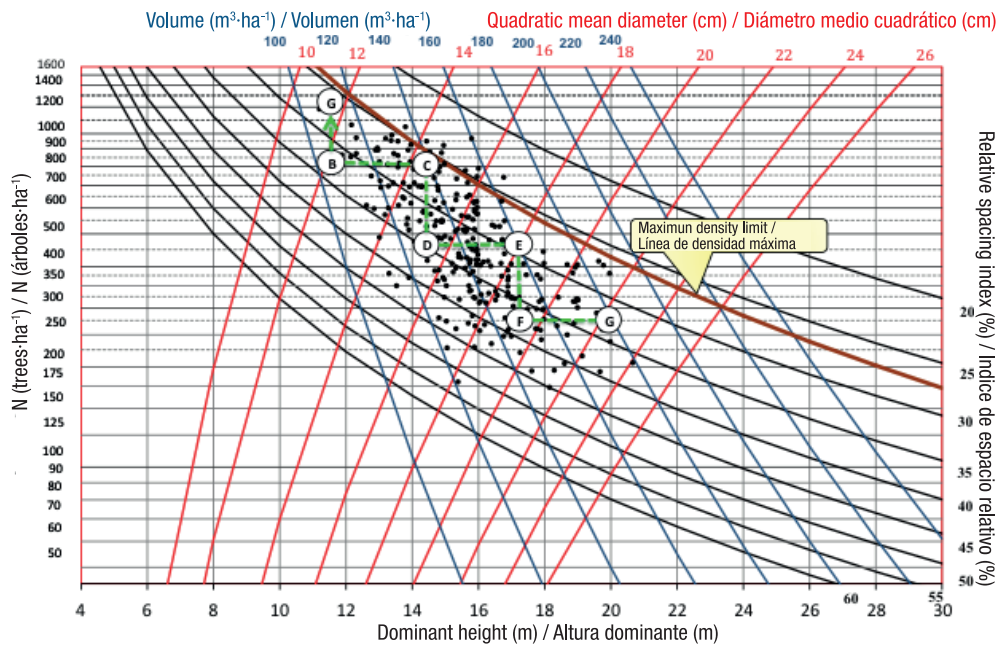


Figure 2. Example of the use of the DMD developed for mixed-species stands in a saw-timber production scheme.
Figura 2. Ejemplo del uso del diagrama de manejo de la densidad desarrollado para rodales mezclados en un esquema de producción de madera para asierre al final del turno.

due to competition among individuals; however, it should be considered that there is always mortality due to pests, diseases or meteorological factors, which is not considered in the DMD. Since the time variable to define the interval between cuttings is not shown in the diagram, the dominant height for the cutting cycle was estimated using the equation developed by Corral-Rivas, Álvarez-González, Ruíz-González, and Gadow (2004); in addition, the number of silvicultural treatments applied to the even-aged stands for a 60-year forest rotation period was considered. According to the diagram, the first intervention (point B) should be carried out when the stand reaches a quadratic mean diameter of 11 cm and 1 200 trees-ha⁻¹ with an HBI of 25 % which, on average, represents a volume of 117 m³-ha⁻¹. The intermediate cutting segments were represented parallel to the ordinate axis under the assumption that the thinnings at the bottom do not affect stand dominant height (López-Sánchez & Rodríguez-Soalleiro, 2009). As for production, this can be obtained at any point of the diagram using the stand volume isolines. It is also possible to estimate the wood volume, according to the industrial destination, from the commercial volume equations fitted for the main species of the study area (Pérez-Cruzado, Merino, & Rodríguez-Soalleiro, 2011). The interpretation of the thinning program can be seen in greater detail in Table 3.

del rodal se puede obtener directamente de cualquier punto del diagrama a partir de las isolíneas que representan el volumen total. El volumen de la masa extraído, que deriva de las distintas intervenciones en forma de aclareos, se puede estimar como la diferencia entre los volúmenes antes y después de la intervención. La suma de estos volúmenes a lo largo del turno puede dar lugar a la estimación de la producción total bajo un régimen determinado de manejo silvícola.

En la Figura 2 se muestra un esquema de intervenciones silvícolas (recorridos entre los puntos A-B, C-D y E-F) en un rodal en particular que tendrá como objetivo la obtención de madera para asierre en la cosecha final (punto G del diagrama), el cual está definido por una altura dominante cercana a 20 m y un diámetro medio cuadrático de 20 cm, que dará un volumen promedio de 180 m³-ha⁻¹. El esquema consiste en tres intervenciones (la primera corresponde a un aclareo comercial) dispuestas en el tiempo mediante el criterio biológico de crecimiento en altura dominante de más de cinco años (recorridos entre los puntos B-C, D-E, F-G), valor razonable para especies que crecen en buenas condiciones de sitio; para alcanzar el objetivo final (punto G), el esquema se presenta en una línea en forma de escalera (línea punteada). Los segmentos verticales representan las cortas de aclareo, mientras que los horizontales reflejan los intervalos entre los aclareos

Table 3. Cutting scheme through the use of the density management diagram.**Cuadro 3. Esquema de cortas a través del uso del diagrama de manejo de la densidad.**

Operation/Operación	H_d (m)		d_g (cm)		HBI (%) / IHB (%)		N (trees·ha ⁻¹) / N (árboles·ha ⁻¹)		V (m ³ ·ha ⁻¹)		GS (m) / EC (m)
	bc/dc	ac	bc/dc	ac	bc/dc	ac	bc/dc	ac	bc/dc	ac	
Cut (A-B)/Corta (A-B)	11.8	11.7	12		26	34	1 100	750	115	105	3.06
Cut (C-D)/Corta (C-D)	14.3	14.0	15		34	35	750	450	138	122	4.86
Cut (E-F)/Corta (E-F)	16.7	16.5	18		29	38	450	260	150	140	4.84
Final cut (G)/Corta final (G)	19.5	21.8			33.5		260		170		6.53

H_d = dominant height; N = density; d_g = quadratic mean diameter; V = total stand volume; HBI = Hart-Becking index; GS = growth space; bc = variable before cutting; and ac = variable after cutting.

H_d = altura dominante; N = densidad; d_g = diámetro medio cuadrático; V = volumen total del rodal; IHB = Índice de Hart-Becking; EC = espacio de crecimiento; ac = variable antes de la corta; y dc = variable después de la corta

Conclusions

The results indicate that quantile regression offers an alternative to efficiently estimate the maximum density line. The DMD developed is useful for planning and evaluating intermediate treatments applied to mixed-species forests. The diagram is a practical tool for forest managers, as it assists in making decisions in managing stand density to achieve different objectives, which in this case was timber production. Dominant stand height is the main variable to consider in defining the period and frequency of thinnings. This variable depends directly on the quality of the site, species composition and age, which allows maximizing the use of the site through adequate control of point and relative density levels.

Acknowledgments

We thank the ejidatarios of the Borbollones ejido, Pueblo Nuevo, Durango, and Dr. José Ascención Lujan Soto, Director of UCODEFO "El Salto," for allowing us to use the inventory data and cartographic information. Our thanks also go to the anonymous reviewers and editors of the journal for their valuable suggestions concerning this paper.

End of English version

References / Referencias

- Assmann, E. (1970). *The principles of forest yield study: studies in the organic production, structure, increment and yield of forest stands*. Oxford, UK: Pergamon Press.
- Barrio-Anta, M., & Álvarez-González, J. G. (2005). Development of a stand density management diagram for even-aged pedunculated oak stands and its use in

en un ciclo de corta de 10 años, asumiendo que después del aclareo no existirá mortalidad por competencia entre los individuos; sin embargo, se deberá tomar en cuenta que siempre existe la mortalidad por plagas, enfermedades o factores meteorológicos, lo cual no está considerado en el DMD. Dado que en el diagrama no figura la variable tiempo para definir el intervalo entre cortas, la altura dominante para el ciclo de corta se estimó utilizando la ecuación desarrollada por Corral-Rivas, Álvarez-González, Ruíz-González, y Gadow (2004); además, se consideró el número de tratamientos silvícolas aplicados a las masas regulares para un periodo de rotación de 60 años. De acuerdo con el diagrama, la primera intervención (punto B) se deberá realizar cuando el rodal alcance un diámetro medio cuadrático de 11 cm y 1 200 árboles·ha⁻¹ con un IHB de 25 % que, en promedio, representa un volumen de 117 m³·ha⁻¹. Los segmentos de las cortas intermedias fueron representados paralelos al eje de ordenadas bajo el supuesto de que los aclareos por lo bajo no afectan la altura dominante del rodal (López-Sánchez & Rodríguez-Soalleiro, 2009). En cuanto a la producción, esta puede ser obtenida en cualquier punto del diagrama utilizando las isóneas de volumen del rodal. También es posible estimar el volumen de madera, según el destino industrial, a partir de las ecuaciones de volumen comercial ajustadas para las principales especies del área de estudio (Pérez-Cruzado, Merino, & Rodríguez-Soalleiro, 2011). La interpretación del programa de aclareos se puede apreciar con mayor detalle en el Cuadro 3.

Conclusiones

Los resultados indican que la regresión cuantílica ofrece una alternativa para estimar de forma eficiente la línea de densidad máxima. El DMD desarrollado resulta útil para planificar y evaluar las cortas intermedias

- designing thinning schedules. *Forestry*, 78(3), 209–216. doi: 10.1093/forestry/cpi033
- Barrio-Anta, M., Balboa-Murias, M. A., Castedo-Dorado, F., Dieguez-Aranda, U., & Álvarez-González, J. G. (2006). An ecoregional model for estimating volume, biomass and carbon pools in maritime pine stands in Galicia (northwestern Spain). *Forest Ecology and Management*, 223(1-3), 24–34. doi: 10.1016/j.foreco.2005.10.073
- Berger, A. L., & Puettmann, K. J. (2000). Overstory composition and stand structure influence herbaceous plant diversity in the mixed aspen forest of northern Minnesota. *The American Midland Naturalist*, 143(1), 111–125. Retrieved from <https://blogs.cornell.edu/fieldbio2100/files/2016/10/Berger-Puettmann-2000-25ca3j7.pdf>
- Bi, H., Bruskin, S., & Smith, R. (2002). The zone of influence of paddock trees and the consequent loss in volume growth in young *Eucalyptus dunnii* plantations. *Forest Ecology and Management*, 165(1-3), 305–315. doi: 10.1016/S0378-1127(01)00632-6
- Bi, H., Wan, G., & Turvey, N. D. (2000). Estimating the self-thinning boundary line as a density-dependent stochastic biomass frontier. *Ecology*, 81(6), 1477–1483. doi: 10.1890/0012-9658(2000)081[1477:etstbl]2.0.co;2
- Castaño-Santamaría, J., Barrio-Anta, M., & Álvarez-Álvarez, P. (2013). Regional-scale stand density management diagrams for Pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.) stands in north-west Spain. *iForest*, 6, 113–122. doi: 10.3832/ifor0880-006
- Castedo-Dorado, F., Crecente-Campo, F., Álvarez-Álvarez, P., & Barrio-Anta, M. (2009). Development of a stand density management diagram for radiata pine stands including assessment of stand stability. *Forestry*, 82(1), 1–16. doi: 10.1093/forestry/cpm032
- Comeau, P. G., White, M., Kerr, G., & Hale, S. E. (2010). Maximum density-size relationships for Sitka spruce and coastal Douglas-fir in Britain and Canada. *Forestry*, 83(5), 461–468. doi: 10.1093/forestry/cpq028
- Corral-Rivas, J. J., Álvarez-González, J. G., Ruiz-González, A. D., & Gadow, v. K. (2004). Compatible height and site index models for five pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology and Management*, 201, 145–160. doi: 10.1016/j.foreco.2004.05.060
- Corral-Rivas, S., Álvarez-González, J. G., Corral-Rivas, J. J., Wehenkel, C., & López-Sánchez, C. A. (2015). Diagramas para el manejo de la densidad en bosques mixtos e irregulares de Durango, México. *Bosque (Valdivia)*, 36(3), 409–421. doi: 10.4067/S0717-92002015000300008
- Daniel, T., Helms, J., & Baker, F. (1982). *Principios de silvicultura* (1.ª ed.). México: McGraw-Hill.
- del Río, M., Montero, G., & Bravo, F. (2001). Analysis of diameter-density relationships and self-thinning in non-thinned even-aged Scots pine stands. *Forest Ecology and Management*, 142(1-3), 79–87. doi: 10.1016/S0378-1127(00)00341-8
- Diéguez-Aranda, U., Rojo-Alboreca, A., Castedo-Dorado, F., Álvarez González, J. G., Barrio-Anta, M., aplicadas a los bosques mezclados. El diagrama es una herramienta práctica para los manejadores forestales, ya que auxilia en la toma de decisiones en el manejo de la densidad del rodal para alcanzar diferentes objetivos, que en este caso fue la producción de madera. La altura dominante del rodal es la variable principal para considerar en la definición del periodo y frecuencia de los aclareos. Tal variable depende directamente de la calidad de sitio, composición de especies y edad, lo que permite maximizar el uso del sitio mediante un control adecuado de los niveles de densidad puntual y relativa.
- ### Agradecimientos
- Agradecemos a los ejidatarios del Ejido Borbollones, Pueblo Nuevo, Durango, y al Dr. José Ascención Luján Soto, Director Técnico de la UCODEFO “El Salto”, por permitirnos usar los datos de inventario del ejido y la información cartográfica. Nuestro agradecimiento también a los revisores anónimos y a los editores de la revista por sus valiosas sugerencias en este trabajo.
- ### Fin de la versión en español
- Crecente-Campo, F., ...Sánchez-Rodríguez, F. (2009). *Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia*. España: Dirección Xeral de Montes, Consellería do Medio Rural, Xunta de Galicia.
- Elzhov, T., Mullen, K., Spiess, A., & Bolker, B. (2013). *Minpack.lm: R interface to the Levenberg-Marquardt nonlinear least-squares algorithm found in MINPACK, plus support for bounds*. R package version 1.1-8. Retrieved from <https://mran.microsoft.com/snapshot/2015-07-17/web/packages/minpack.lm/index.html>
- Gadow, K., & Hui, G. (1999). *Modelling forest development*. *Forestry Sciences*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/978-94-011-4816-0
- García, E. M. (1981). *Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen* México: UNAM.
- Koenker, R. (2015). *quantreg: Quantile Regression*. R package version 5.11. Retrieved from <https://mran.microsoft.com/snapshot/2015-07-07/web/packages/quantreg/index.html>
- Koenker, R., & Bassett Jr, G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica*, 46(1), 33–50. doi: 10.2307/1913643
- Long, J.N. (1985). A practical approach to density management. *The Forestry Chronicle*, 61(1), 23–27. Retrieved from <http://pubs.cif-ifc.org/doi/pdf/10.5558/tfc61023-1>
- López-Sánchez, C., & Rodríguez-Soalleiro, R. (2009). A density management diagram including stand stability and crown fire risk for *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco in Spain. *Mountain Research and Development*, 29(2), 169–176. doi: 10.1659/mrd.1070
- Magaña, T. O. S., Torres, R. J. M., Rodríguez, F. C., Aguirre, D. H., & Fierros, G. A. M. (2008). Predicción de la producción y rendimiento de *Pinus rudis* Endl., en Aloapan, Oaxaca. *Madera y Bosques*, 14(1), 5–13.

- Retrieved from <http://www.scielo.org.mx/pdf/mb/v14n1/v14n1a2.pdf>
- Márquez-Linares, M. A., & Álvarez-Zagoya, R. (1995). Construcción de una guía de densidad para *Pinus cooperi* var. *ornelasi* con base en la clase de copa en Durango, México. *Madera y Bosques*, 1(2), 23–36. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=61700204>
- Minoche, D., Risio-Allione, L., Herrero, A. C., & Martínez-Zurimendi, P. (2017). Density management diagram for teak plantations in Tabasco, Mexico. *iForest*, 10(6), 909–915. doi: 10.3832/ifer2247-010
- Pérez-Cruzado, C., Merino, A., & Rodríguez-Soalleiro, R. (2011). A management tool for estimating bioenergy production and carbon sequestration in *Eucalyptus globulus* and *Eucalyptus nitens* grown as short rotation woody crops in northwest Spain. *Biomass and Bioenergy*, 35, 2839–2851. doi: 10.1016/j.biombioe.2011.03.020
- Quiñonez-Barraza, G., Tamarit-Urias, J. C., Martínez-Salvador, M., García-Cuevas, X., de los Santos-Posadas, H. M., & Santiago-García, W. (2018). Maximum density and density management diagram for mixed-species forests in Durango, Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 24(1). doi: 10.5154/r.rchscfa.2017.09.056
- R Core Team, R. C. (2014). *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing.
- Reineke, L. H. (1933). Perfecting a stand-density index for even-aged forests. *Journal of Agricultural Research*, 46(7), 627–638. Retrieved from <https://naldc.nal.usda.gov/download/IND43968212/PDF>
- Santiago-García, W., de los Santos-Posadas, H. M., Ángeles-Pérez, G., Valdez-Lazalde, J. R., del Valle-Paniagua, D. H., & Corral-Rivas, J. J. (2013). Auto-aclareo y guías de densidad para *Pinus patula* mediante el enfoque de regresión de frontera estocástica. *Agrociencia*, 47, 75–89. Retrieved from <http://www.scielo.org.mx/pdf/agro/v47n1/v47n1a7.pdf>
- Sturtevant, B. R., Bissonette, J. A., & Long, J. N. (1996). Temporal and spatial dynamics of boreal forest structure in western Newfoundland: Silvicultural implications for marten habitat management. *Forest Ecology and Management*, 87(1-3), 13–25. doi: 10.1016/S0378-1127(96)03837-6
- Tewari, V. P., & Álvarez-González, J. G. (2014). Development of a stand density management diagram for teak forests in southern India. *Journal of Forest and Environmental Sciences*, 30(3), 259–266. doi: 10.7747/JFS.2014.30.3.259
- Torres-Rojo, J. M., Velázquez-Martínez, A. (2000). Relative stand density index for mixed even-aged stands. *Agrociencia*, 34(4), 497–507. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/308142004_RELATIVE_STAND_DENSITY_INDEX_FOR_MIXED_EVEN-AGED_STANDS
- Vacchiano, G., Motta, R., Long, J. N., & Shaw, J. D. (2008). A density management diagram for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.): A tool for assessing the forest's protective effect. *Forest Ecology and Management*, 255(7), 2542–2554. doi: 10.1016/j.-foreco.2008.01.015
- Wilson, F. (1946). Numerical expression of stocking in terms of height. *Journal of Forestry*, 44(10), 758–761. doi: 10.1093/jof/44.10.758
- Yoda, K., Tatio, K., Husato, O., & Kazuo, H. (1963). Self-thinning in overcrowded pure stands under cultivated and natural conditions. *Journal of Biology Osaka City University*, 14, 107–129.
- Zhang, L., Bi, H., Gove, J. H., & Heath, L. S. (2005). A comparison of alternative methods for estimating the self-thinning boundary line. *Canadian Journal of Forest Research*, 35(6), 1507–1514. doi: 10.1139/x05-070