

Diameter-height relationships in three species grown together in a commercial forest plantation in eastern tropical Mexico

Relación altura-diámetro en tres especies cultivadas en una plantación forestal comercial en el Este tropical de México

Epigmenio Castillo-Gallegos¹; Jesús Jarillo-Rodríguez^{1*}; Ramiro Escobar-Hernández²

¹Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Medicina, Veterinaria y Zootecnia, Centro de Enseñanza, Investigación y Extensión en Ganadería Tropical. km 5.5 Carretera Federal Martínez de la Torre-Tlapacoyan. C. P. 93600. Veracruz, México.

²Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ingeniería Agrohidráulica. San Juan Acateno. C. P. 73965. Teziutlán, Puebla, México.

*Corresponding author: jarillorj22@hotmail.com, tel.: +52 (232) 324 3941.

Abstract

Introduction: Chest-height trunk diameter and height are the main variables measured in forestry inventories, as they aid in the decision-making process in forest plantation management and in research on growth modeling, among other uses.

Objective: The aim was to find the mathematical function that best relates diameter at chest height (CHD, ≈1.3 m) to height (Ht) in three forest species grown within the same area: wild avocado (*Cinnamomum* sp.), Chiapas white pine (*Pinus chiapensis* [Martínez] Andresen) and piocho (*Melia azedarach* L.).

Materials and methods: Twenty-two non-linear models, of which thirteen had two parameters and nine had three parameters, were compared using the difference in Akaike's information criterion corrected (AICc).

Results and discussion: The best models were: the two-parameter hyperbola for wild avocado ($Ht = (17.58 \cdot CHD) / (12.33 + CHD)$, $R^2 = 0.79$, $SEE = 0.80$, $n = 647$); the three-parameter Richards' function for Chiapas white pine ($Ht = 10.14 \cdot (1 - e^{-0.206 \cdot CHD})^{1.689}$, $R^2 = 0.35$, $SEE = 1.28$, $n = 664$); and the three-parameter sigmoid Korf's function for piocho ($Ht = 18.25 \cdot (e^{-2.46 \cdot (CHD-0.556)})$, $R^2 = 0.49$, $SEE = 0.96$, $n = 692$).

Conclusion: The best model was different for each species and the actual data around the predicted curve were highly scattered, particularly in Chiapas white pine.

Keywords: Non-linear models, *Cinnamomum* sp., *Pinus chiapensis*, *Melia azedarach*, tropics.

Resumen

Introducción: El diámetro a la altura de pecho y la altura son las principales variables medidas en los inventarios forestales, ya que ayudan en el proceso de toma de decisiones para el manejo de plantaciones forestales y en investigaciones sobre modelos de crecimiento.

Objetivo: Encontrar la función matemática que mejor relacione el diámetro a la altura del pecho (DAP, aproximadamente 1.3 m) y la altura (h) de tres especies forestales cultivadas en el mismo terreno: aguacate silvestre (*Cinnamomum* sp.), pino blanco chiapaneco (*Pinus chiapensis* [Martínez] Andresen) y cedro blanco o piocho (*Melia azedarach* L.).

Materiales y métodos: Se compararon 22 modelos no lineales: 13 con dos parámetros y nueve con tres parámetros, usando la diferencia del criterio de información de Akaike corregido (AICc).

Resultados y discusión: Los mejores modelos fueron: la hipérbola de dos parámetros para aguacate silvestre ($h = (17.58 \cdot DAP) / (12.33 + DAP)$, $R^2 = 0.79$, $EEE = 0.80$, $n = 647$); la función de Richards de tres parámetros para pino blanco chiapaneco ($h = 10.14 \cdot (1 - e^{-0.206 \cdot DAP})^{1.689}$, $R^2 = 0.35$, $EEE = 1.28$, $n = 664$); y la función sigmoidea de Korf para piocho ($H = 18.25 \cdot (e^{-2.46 \cdot (DAP-0.556)})$, $R^2 = 0.49$, $EEE = 0.96$, $n = 692$).

Conclusión: El mejor modelo fue distinto para cada especie. Los datos presentaron una dispersión alta a lo largo de la curva predicha, particularmente en pino blanco chiapaneco.

Palabras clave: Modelos no lineales, *Cinnamomum* sp., *Pinus chiapensis*, *Melia azedarach*, trópico.

Introduction

Chest-height trunk diameter (CHD) and height (Ht) are the two main variables measured in forestry inventories, both being required measurements in decision-making in forest plantation management as well as for research on growth modeling, characterization of stand structure, estimation of timber yield and to determine the predominant height with the purpose of evaluating site quality (Costas & Rodríguez, 2003; Huang, Titus, & Wiens, 1992; Lappi, 1997).

While height is difficult to measure and prone to measurement errors, diameter is easily, accurately and economically measured. Therefore, it is very important to evaluate the degree of precision this relationship has in different tree species. Several non-linear functions have been used to relate trunk diameter and height of forestry stands (Juárez et al., 2006; Pece et al., 2006; Prodan, Peters, Cox, & Real, 1997; Vibrans, Moser, Oliveira, & Macaneiro, 2015). The local equations used to describe CHD-Ht relationships are not complex like equations E1 to E10 in the research of Trincado and Leal (2006), taken from several literature reports. However, different seasonal and forest stand conditions have led to a situation in which a single diameter-height equation would not fit all conditions, in such a way that an individual relationship must be fit according to differential development of individual forest land. However, this process requires huge amounts of data and is very costly (Schröder & Álvarez-González, 2001). Thus, these models must be of a local nature and should be fit individually to each tree stand growing under very particular environmental conditions of age, soils, climates, slope and exposures. What this suggests is that the extrapolation of general relationship is of limited value because the curves change according to a particular combination of such conditions e. g. low and high tree densities tend to produce respectively larger and smaller diameters for similar heights (Costa, Schroder, & Finger, 2016; López et al., 2003).

Therefore, the objective of this research was to find a mathematical function that best relates diameter at chest height (≈ 1.3 m) to height in three species grown (*Cinnamomum* sp., *Pinus chiapensis* [Martínez] Andresen y *Melia azedarach* L.), in association in a subtropical climate of the State of Veracruz, Mexico.

Materials and methods

Study area

The private commercial forestry plantation is located in the municipality of Tlapacoyan, State of Veracruz, Mexico. The elevation ranges from 822 to 881 m and the geographic coordinates are 19° 56' 40" North latitude and 97° 15' 42" West longitude (Google Earth©,

Introducción

El diámetro a la altura del pecho (DAP) y la altura (h) son las principales variables medidas en los inventarios forestales, las cuales son requeridas en la toma de decisiones para el manejo de plantaciones forestales así como para la investigación de modelos de crecimiento, caracterización de la estructura del rodal, estimación del rendimiento de la madera y determinación de la altura predominante, con el fin de evaluar la calidad del sitio (Costas & Rodríguez, 2003; Huang, Titus, & Wiens, 1992; Lappi, 1997).

Si bien la altura es difícil de medir y propensa a errores de medición, el diámetro se mide de manera fácil, precisa y económica. Por lo tanto, es muy importante evaluar el grado de precisión que tiene esta relación en diferentes especies de árboles. Varias funciones no lineales se han utilizado para relacionar el diámetro y la altura en rodales forestales (Juárez et al., 2006; Pece et al., 2006; Prodan, Peters, Cox, & Real, 1997; Vibrans, Moser, Oliveira, & Macaneiro, 2015). Las ecuaciones locales para describir las relaciones entre DAP y h no son complejas como las ecuaciones E1 a E10 de la investigación de Trincado y Leal (2006), tomadas de varios reportes en la bibliografía. Sin embargo, las distintas condiciones estacionales y de masa forestal han ocasionado una situación en la que una ecuación de altura-diámetro no se ajusta a todas las condiciones, de tal manera que una relación individual debe ser adecuada con base en el desarrollo diferencial de los bosques individuales. No obstante, este proceso requiere cantidades enormes de datos y es muy costoso (Schröder & Álvarez-González, 2001). Por lo tanto, estos modelos deben ser de naturaleza local y deben ajustarse individualmente a cada plantación que crezca bajo condiciones ambientales muy particulares de edad, suelo, clima, pendiente y exposición. Lo anterior sugiere que la extrapolación de la relación general tiene un valor limitado, debido a que las curvas cambian según la combinación de dichas condiciones; por ejemplo, las densidades bajas y altas de los árboles tienden a producir diámetros cada vez más grandes o más pequeños para alturas similares (Costa, Schroder, & Finger, 2016; López et al., 2003).

En tal contexto, el objetivo de este estudio fue encontrar una función matemática que mejor relacione el diámetro a la altura del pecho (≈ 1.3 m aproximadamente) con la altura de tres especies cultivadas (*Cinnamomum* sp., *Pinus chiapensis* [Martínez] Andresen y *Melia azedarach* L.), en asociación, en clima subtropical en el estado de Veracruz, México.

Materiales y métodos

Área de estudio

La plantación forestal comercial privada se localiza en el municipio de Tlapacoyan, Veracruz, México.

2011) (The mention of a trademark brand is not an endorsement either by the authors or the National Autonomous University of Mexico). The site belongs to the neovolcanic axis province and its topography is a volcanic sierra with non-steep hillsides. Winds travel freely from east to west bringing with them oceanic moisture, that with time has proven strategic for the distribution of low and medium forest. The soil is a luvic Andosol, derived from igneous extrusive rock (volcanic ash, basalt, siliceous toba) and presents an argillic horizon; its cation exchange capacity is about 250 cmol·kg⁻¹ of clay and its base saturation is around 50 %. The climate is (A)Cf, semi-hot and humid, with rainfall from 2 000 to > 2 500 mm per year and monthly temperatures from 16 °C in January to >32 °C in June, with annual means between 20 °C to 22 °C (García 1981; Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática [INEGI], 2009). The natural vegetation was a perennial subtropical forest, deforested a long time ago for coffee plantations and mostly grassland. The cattle enterprise was abandoned several years ago and converted into a commercial forest plantation.

Tree species under study

The owner of the mixed forest in which the study took place used to cover the demand for cedar (*Cedrela odorata* [L.]) timber with trees growing naturally in pastures. In this region the development of red cedar plantations has been slow over the last few decades because cedar trees grow slowly. This being the case, the forest producer instead of establishing a cedar plantation opted for wild avocado (*Cinnamomum* sp.) and the fast-growing *M. azedarach*, known locally as piocho. The use of *P. chiapensis* has received some promotion by local government offices and along with *M. azedarach* are two species for reforestation available in government nurseries. On the above basis, the owner of the plantation decided to use these three forest species to convert his land from grassland to a commercial forest. The three tree species under study have been described in detail in the literature: Wild avocado (*Cinnamomum* sp.) by Lorea-Hernández (1997); Chiapas white pine (*P. chiapensis*) by Sistema de Información para la Reforestación (SIRE), Comisión Nacional Forestal (CONAFOR), and Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO) (2015); and White cedar or piocho (*M. azedarach*) by SIRE, CONAFOR and CONABIO (2015a).

Establishment and management of trees

After seed scarification and conditioning, seedlings were started in a nursery by planting in black plastic bags filled with 1.5 kg of a mixture of sand, clay and cow manure, which were irrigated as needed and allowed

La elevación varía de 822 a 881 m y las coordenadas geográficas son 19° 56' 40" latitud norte y 97° 15' 42" longitud oeste (Google Earth©, 2011) (la mención de una marca no es una aprobación por parte de los autores o de la Universidad Nacional Autónoma de México). El sitio pertenece a la provincia del eje Neovolcánico y la topografía es una sierra volcánica con laderas no empinadas. Los vientos viajan libremente de Este a Oeste trayendo consigo humedad oceánica, que con el tiempo ha demostrado ser estratégico para la distribución de bosques bajos y medianos. El suelo es Andosol lúvico, derivado de rocas ígneas extrusivas (ceniza volcánica, basalto y toba silíceas) y presenta un horizonte argílico; su capacidad de intercambio catiónico es de aproximadamente 250 cmol·kg⁻¹ de arcilla y su base de saturación es de aproximadamente 50 %. El clima es (A)Cf, semicálido y húmedo, con precipitaciones de 2 000 a más de 2 500 mm por año y temperaturas mensuales de 16 °C en enero a más de 32 °C en junio, con un promedio anual de entre 20 °C a 22 °C (García 1981; Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática [INEGI], 2009). La vegetación natural era un bosque subtropical perennifolio, deforestado hace mucho tiempo para plantaciones de café y pastizal en su mayoría. La empresa ganadera fue abandonada hace varios años y convertida en plantación forestal comercial.

Especies arbóreas en estudio

El propietario del bosque mixto en el que se realizó el estudio solía cubrir la demanda de madera de cedro (*Cedrela odorata* [L.]) con árboles que crecen de manera natural en los pastizales. En la región de estudio, debido a que el crecimiento de *C. odorata* es lento, el desarrollo de las plantaciones de cedro rojo también lo ha sido en las últimas décadas. Siendo este el caso, el productor forestal, en lugar de establecer una plantación de cedro, optó por aguacate silvestre (*Cinnamomum* sp.) y *M. azedarach* que es de rápido crecimiento, conocida localmente como piocho. El uso de *P. chiapensis* ha sido promovido por las oficinas del gobierno local y junto con *M. azedarach* son especies de reforestación disponibles en los viveros del gobierno. Con base en lo anterior, el propietario de la plantación decidió utilizar estas tres especies forestales para transformar su tierra de pastizales a bosque comercial. Las tres especies estudiadas se han descrito detalladamente en la bibliografía: aguacate silvestre (*Cinnamomum* sp.) por Lorea-Hernández (1997); pino blanco chiapaneco (*P. chiapensis*) por el Sistema de Información para la Reforestación (SIRE), Comisión Nacional Forestal (CONAFOR), y Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO) (2015); y cedro blanco o piocho (*M. azedarach*) por SIRE, CONAFOR, y CONABIO (2015a).

to germinate and grow under light shade until they reached a height of 25 to 28 cm just before planting in March 2010 (Jarillo-Rodríguez et al., 2013). The three species were established in association within the same area, one row planted with *P. chiapensis* and *M. azedarach* and the next with *Cinnamomum* sp. only, and so on; distance between rows was 3.0 m. Spacing between trees within the *P. chiapensis*/*M. azedarach* row was 2.5 m and 5.0 m in the *Cinnamomum* sp. row.

The planting grid had a *Cinnamomum* tree in the center of a square with opposite corners formed by two *M. azedarach* and two *P. chiapensis* trees. The arrangement took into account the future use of the trees. As *M. azedarach* grows more rapidly than the other two, it will be harvested between 11 and 13 years of age (Gaillard, Pece, Juárez, & Ríos, 2002; Patil, Mutanal, & Patil, 2012) leaving more space for the growth of *P. chiapensis*, which because of its intermediate rate of growth will be harvested between 12 and 22 years of age (Domínguez, 1986; Fierros-Mateo, De los Santos-Posadas, Fierros-González, & Cruz-Cobos, 2017; Rodríguez-Acosta & Arteaga-Martínez, 2005) or more (Sánchez & del Castillo, 2001). Finally, the most space was left for *Cinnamomum* sp., as conventional wisdom in the region indicates that it reaches commercial size by the age of 25 to 35 years.

Statistical analysis

Height (Ht, m) and chest-height trunk diameter (CHD, cm) data were gathered in August, 2013. For Ht, a 6 m ladder was used to climb to a height that allowed its measurement aided with a 30 m measuring tape. For this, the tape's 0-mark was lifted to the highest tip of the trunk by attaching it to a long pole and then the remaining tape lowered down to the base of the trunk and height recorded to the nearest centimeter. Visualization of the tape's 0-mark at the tip of the tree was done with 10x binoculars. The measurement of CHD was done at ≈ 1.3 m trunk height.

Data were transferred to a spreadsheet, and the following descriptive statistics obtained: Number of observations, minimum and maximum values, mean, standard deviation, coefficient of variation, standard error of the mean, skewness and kurtosis. The distributions of data were considered to significantly ($P \leq 0.05$) depart from normality if the absolute value of the ratios skewness/standard error of skewness (S/SES) and kurtosis/standard error of kurtosis (K/SEK) were larger than two (Joanes & Gill, 1998).

Twenty-two models, thirteen with two parameters and nine with three parameters, were compared to determine which one best described the diameter-height relationship (Table 1). These models are the same ones tested by Osman, Idris, and Ibrahim (2013),

Establecimiento y manejo de los árboles

Después de la escarificación y acondicionamiento, las semillas se colocaron en bolsas plásticas negras que contenían 1.5 kg de una mezcla de arena, arcilla y estiércol de vaca, se regaron según fue necesario, germinaron y crecieron bajo sombra ligera en vivero hasta alcanzar una altura de 25 a 28 cm, justo antes de la siembra en marzo de 2010 (Jarillo-Rodríguez et al., 2013). Las tres especies se establecieron en asociación dentro de la misma área; una hilera sembrada con *P. chiapensis* y *M. azedarach* y la siguiente solo con *Cinnamomum* sp., y así sucesivamente con una distancia de 3.0 m entre hileras. El espacio entre árboles dentro de la hilera de *P. chiapensis*/*M. azedarach* fue de 2.5 m, y 5.0 m en la hilera de *Cinnamomum* sp.

El diseño de siembra contó con un árbol de *Cinnamomum* en el centro de un cuadrado con esquinas opuestas formadas por dos árboles de *M. azedarach* y dos árboles de *P. chiapensis*. El arreglo tomó en cuenta el uso futuro de los árboles. Como *M. azedarach* crece más rápido que los otros dos, la especie deberá cosecharse entre los 11 y 13 años de edad (Gaillard, Pece, Juárez, & Ríos, 2002; Patil, Mutanal, & Patil, 2012) dejando más espacio para el crecimiento de *P. chiapensis*, que por su tasa de crecimiento intermedio se cosecha entre los 12 y 22 años de edad (Domínguez, 1986; Fierros-Mateo, De los Santos-Posadas, Fierros-González, & Cruz-Cobos, 2017; Rodríguez-Acosta & Arteaga-Martínez, 2005) o más (Sánchez & del Castillo, 2001). Finalmente, se dejó el mayor espacio para *Cinnamomum* sp., ya que la sabiduría convencional en la región indica que el árbol alcanza el tamaño comercial entre los 25 y 35 años.

Análisis estadístico

Los datos de altura (h, m) y diámetro a la altura del pecho (DAP, cm) se recopilaron en agosto de 2013. Para obtener h se usó una escalera de 6 m para subir a una altura que permitió la medición con una cinta métrica de 30 m. Para esto, la marca 0 de la cinta se colocó en la punta más alta del tronco uniéndola a un poste largo y, posteriormente, la cinta restante se llevó a la base del tronco; la altura se registró al centímetro más cercano. La visualización de la marca 0 de la cinta en la punta del árbol se realizó con binoculares 10x. La medición de DAP se realizó a una altura de 1.3 m, aproximadamente.

Los datos se capturaron en una hoja de cálculo y se obtuvieron los siguientes estadísticos descriptivos: número de observaciones, valores mínimos y máximos, media, desviación estándar, coeficiente de variación, error estándar de la media, sesgo y curtosis. Las distribuciones de los datos se consideraron significativos ($P \leq 0.05$), partiendo de la normalidad, cuando el valor absoluto de las relaciones sesgo/error

and were chosen after the reports of Moore, Zhang, and Stuck (1996); Sharma (2009); and Zhao, Mason, and Brown (2009). However, the 1.3 m intercept was not included. The assumption to include the intercept is that it assures that total height equals breast height (1.3 m) when diameter equals zero. However, the trunk diameter at 1.3 m height does not exist if the diameter value is non-existent; furthermore, the assumed 1.3 m-intercept is unnecessary to correctly predict height from diameter. In Table 1, 'y', 'x' and 'exp' correspond to height (H, m), chest-height trunk diameter (D, cm) and the base of the natural logarithms, while 'a', 'b', and 'c' are equation parameters.

The parameters of the equations were estimated by least squares using the Marquardt-Lavenberg iteration (Marquardt, 1963), under the assumption that the errors in the data were normally distributed, and then parameter estimation was equivalent to using the maximum likelihood principle (Silvert, 1979).

Data analyses was performed using GraphPad Prism version 6.07 for Windows (GraphPad Software, 2015; the mention of a trademark brand is not an endorsement either by the authors or the National Autonomous University of Mexico), according to Motulsky and Christopolous (2003). Outlier elimination

estándar del sesgo (S/SES) y la curtosis/error estándar de la curtosis (K/SEK) fueron mayores de dos (Joanes & Gill, 1998).

Veintidós modelos (trece con dos parámetros y nueve con tres parámetros) se compararon para determinar cuál describía mejor la relación diámetro-altura (Cuadro 1). Estos modelos fueron evaluados por Osman, Idris, e Ibrahim (2013), quienes los seleccionaron a partir de los reportes de Moore, Zhang, y Stuck (1996); Sharma (2009); y Zhao, Mason, y Brown (2009). Sin embargo, el intercepto de 1.3 m no se incluyó. La suposición de incluir el intercepto asegura que la altura total es igual a la altura del pecho (1.3 m) cuando el diámetro es igual a cero. Sin embargo, el diámetro del tronco a una altura de 1.3 m no existe si el valor del diámetro es inexistente; además, el supuesto intercepto de 1.3 m es innecesario para predecir la altura correctamente a partir del diámetro. En el Cuadro 1, 'y', 'x' y 'exp' corresponden a la altura (h, m), diámetro a la altura del pecho (DAP, cm) y la base de los logaritmos naturales, respectivamente, mientras que 'a', 'b' y 'c' son los parámetros de las ecuaciones.

Los parámetros de las ecuaciones se estimaron mediante mínimos cuadrados utilizando la iteración de Marquardt-Lavenberg (Marquardt, 1963), bajo

Table 1. Non-linear regression models compared in the present study that relate the diameter at breast height and height of a certain species.

Cuadro 1. Modelos de regresión no lineal, comparados en el presente estudio, que relacionan el diámetro a la altura del pecho y la altura de una especie determinada.

Model/ Modelo	Equation/ Ecuación	Parameters/ Parámetros	Model/ Modelo	Equation/ Ecuación	Parameters/ Parámetros
M1	$y = a \cdot x^b$	2	M12	$y = (a \cdot x)/(b + x)$	2
M2	$y = a \cdot e^{b/x}$	2	M13	$y = x^2/(a + b \cdot x)^2$	2
M3	$y = e^{a+(b \cdot x^c)}$	3	M14	$y = (a + b/x)^{-2.5}$	2
M4	$y = x^2/(a + b \cdot x + c \cdot x^2)$	3	M15	$y = (a + b/x)^{-8}$	2
M5	$y = a \cdot x^{b+c \cdot x}$	3	M16	$y = a \cdot [1 + (1/x)]^{-b}$	2
M6	$y = (a \cdot x^2)/(x + b)^2$	2	M17	$y = e^{a + b/x}$	2
M7	$y = x^2/(a + b \cdot x)^2$	2	M18	$y = a \cdot [\ln(1/x)]^b$	2
M8	$y = (a + b/x)^{-5}$	2	M19	$y = a \cdot (1 - e^{-b \cdot x^c})$	3
M9	$y = a \cdot (1 + e^{-b \cdot x^c})$	3	M20	$y = a/(1 + b^{-1} \cdot x^c)$	3
M10	$y = e^{a + (b/(x+1))}$	2	M21	$y = e^{a+(b \cdot x^{-c})}$	3
M11	$y = a \cdot e^{-b \cdot x^c}$	3	M22	$y = x^2/[b + (c \cdot x^2)]$	3

was done according to the ROUT method, as proposed by Motulsky and Brown (2006), with the only purpose to improve fit. The software calculates the Akaike's information criterion (AIC) as:

$$AIC = N * \ln(SS/N) + 2K$$

where,

N = number of observations

K = number of parameters

SS = sum of squares of the vertical distances of the points from the curve.

It also calculates the adjusted coefficient of determination (R_a^2) as: $(1 - R^2) * (N - 1) / (N - K)$; N and K were already defined and R^2 was the unadjusted coefficient of determination. The difference in AIC between two models (ΔAIC) is calculated as: $[N * \ln(SS_B / SS_A)] + [2 * (K_B - K_A)]$, being the subscripts 'A' for one model and 'B' for the other. The ΔAIC was the criteria to decide for either one of the models being compared since it balances the change in goodness-of-fit as assessed by the sum of squares, with the change in number of parameters to be fit. The chosen model was the one presenting the lowest AIC value. Of all the models tested, only the first six with the lowest AIC values were chosen to be presented in this paper.

In order to determine which model had on average the best fit, their AIC values within each tree species were converted to ranks, and then a two-way non-parametric analysis of variance was performed. A sum of ranks comparison between the model with the lowest sum of ranks (control) and the other models was done with Dunnett's test (1964). A combination of PROC RANK and PROC ANOVA of SAS was used for this analysis (Statistical Analysis System [SAS], 2013).

Results and discussion

Mean height was higher in *M. azedarach*, followed by *P. chiapensis* and *Cinnamomum* sp. The coefficient of variation values followed a reverse order, while the standard errors of the means were very low (0.06-0.07) due to the large number of observations (Table 2). Skewness was negative in the three species and absolute values of the ratios were larger than two, so height distributions had a peak significantly ($P < 0.05$) skewed to the right. Kurtosis was negative for *Cinnamomum* sp. and positive for the other species. In *Cinnamomum* sp. the ratio was < 2 , so the distribution was platykurtic, showing a flat peak. In *P. chiapensis* and *M. azedarach* both ratio absolute values were much larger than two, indicating a narrow or leptokurtic peak (Table 2).

Mean trunk diameter was smallest in *Cinnamomum* sp., intermediate in *P. chiapensis* and largest in *M. azedarach*.

la suposición de que los errores en los datos se distribuyeron normalmente y la estimación de los parámetros fue equivalente al uso del principio de máxima verosimilitud (Silvert, 1979).

El análisis de datos se realizó utilizando el programa GraphPad Prism versión 6.07 para Windows (GraphPad Software, 2015; la mención de una marca no es una aprobación por parte de los autores o de la Universidad Nacional Autónoma de México), según Motulsky y Christopolous (2003). La eliminación de valores atípicos se realizó de acuerdo con el método ROUT, según lo propuesto por Motulsky y Brown (2006), con el único propósito de mejorar el ajuste. El software calcula el criterio de información de Akaike (AIC) de la siguiente manera:

$$AIC = N * \ln(SS/N) + 2K$$

donde,

N = número de observaciones

K = número de parámetros

SS = suma de cuadrados de distancias verticales de los puntos de la curva.

El programa también calcula el coeficiente de determinación ajustado (R_a^2) como se muestra a continuación: $[(1 - R^2) * (N - 1) / (N - K)]$; N y K ya estaban definidos y R^2 fue el coeficiente de determinación no ajustado. La diferencia en AIC entre dos modelos (ΔAIC) se calculó de la siguiente manera: $[N * \ln(SS_B / SS_A)] + [2 * (K_B - K_A)]$, siendo el subíndice 'A' para un modelo y 'B' para el otro. El ΔAIC fue el criterio para decidir por cualquiera de los modelos que se comparan, ya que equilibra el cambio en bondad de ajuste según lo evaluado por la suma de cuadrados, con el cambio en el número de parámetros que se ajustan. El modelo elegido fue el que presentó el valor más bajo de AIC. De todos los modelos probados, solo los primeros seis con los valores más bajos de AIC se eligieron para presentarlos en este estudio.

Para determinar qué modelo tuvo en promedio el mejor ajuste, los valores de AIC dentro de cada árbol se convirtieron en rangos y, posteriormente, se realizó un análisis de varianza no paramétrico de dos vías. Una suma de comparación de rangos entre el modelo con la suma más baja de rangos (control) y los otros modelos se llevó a cabo mediante la prueba de Dunnett (1964). Para este análisis se utilizó una combinación de PROC RANK y PROC ANOVA de SAS (Statistical Analysis System [SAS], 2013).

Resultados y discusión

La altura media fue mayor en *M. azedarach*, seguida por *P. chiapensis* y *Cinnamomum* sp.; los valores del coeficiente

Variability was larger in wild avocado and smaller in Chiapas pine and piocho. Again, the standard error of the mean was small (0.09-0.12) due to the large N. The three species showed negative skewness, thus diameter distribution had a peak to the left, but it differed significantly ($P < 0.05$) from the normal distribution only in Chiapas pine and piocho. Kurtosis was negative in wild avocado and positive in the other two species. *Cinnamomum* sp. and *P. chiapensis* had an almost normal peak (mesokurtic) while *M. azedarach* presented a narrow-peaked leptokurtic distribution (Table 2).

de variación siguieron un orden inverso, mientras que los errores estándar de las medias fueron muy bajos (0.06 a 0.07) debido al gran número de observaciones (Cuadro 2). El sesgo fue negativo en las tres especies y los valores absolutos de las relaciones fueron mayores de dos, por lo que las distribuciones de altura tuvieron un pico significativamente ($P < 0.05$) sesgado hacia la derecha. La curtosis fue negativa para *Cinnamomum* sp. y positiva para las otras especies. En *Cinnamomum* sp., la proporción fue < 2 , por lo que la distribución fue platicúrtica mostrando un pico plano. En *P. chiapensis*

Table 2. Descriptive statistics for tree height and chest-height trunk diameter in three forest species growing in a semi-hot and humid environment in the piedmont area of the Mexican Eastern Sierra Madre in the State of Veracruz, Mexico.

Cuadro 2. Estadísticos descriptivos para altura y diámetro a la altura del pecho en tres especies forestales que crecen en un ambiente semicálido y húmedo en el área de piedemonte de la Sierra Madre Oriental en Veracruz, México.

Statistic/Estadísticos	Tree species/Especies arbóreas		
	<i>Cinnamomum</i> sp.	<i>Pinus chiapensis</i>	<i>Melia azedarach</i>
Observations/Observaciones	666	672	719
Height (m)/Altura (m)			
Minimum/Mínima	0.54	2.15	2.35
Maximum/Máxima	12.05	12.95	13.45
Mean/Media	6.88	8.16	10.19
Standard Deviation/Desviación estándar	1.80	1.66	1.49
Coefficient of variation (%)/Coeficiente de variación (%)	26.20	20.3	14.6
Standard error (SE)/Error estándar (SE)	0.07	0.06	0.06
Skewness/Sesgo	-0.45	-0.50	-1.33
SE of Skewness/Error estándar del sesgo	0.09	0.09	0.09
Kurtosis/Curtosis	-0.10	0.69	2.55
SE of Kurtosis/Error estándar de curtosis	0.19	0.19	0.18
Chest-height trunk diameter (cm)/Diámetro a la altura del pecho (cm)			
Minimum/Mínima	0.64	1.88	0.92
Maximum/Máxima	16.55	18.84	21.77
Mean/Media	8.34	10.77	14.50
Standard Deviation/Desviación estándar	2.77	2.29	3.32
Coefficient of variation (%)/Coeficiente de variación (%)	33.20	21.20	22.90
Standard error (SE)/Error estándar (SE)	0.11	0.09	0.12
Skewness/Sesgo	-0.16	-0.31	-0.89
SE of Skewness/Error estándar del sesgo	0.09	0.09	0.09
Kurtosis/Curtosis	-0.37	0.38	1.04
SE of Kurtosis/Error estándar de curtosis	0.19	0.19	0.18

The six non-linear models with the best fit for each tree species are presented in Table 3. In terms of R_a^2 and AIC, the best model for wild avocado had two parameters, while in Chiapas pine and piocho the best models had three parameters. The fit was highest in wild avocado, intermediate in piocho, and lowest in Chiapas pine. Some models among the six best within each tree species resulted in exactly the same fit: models 9 and 20 in wild avocado; models 20 and 22 and 8 and 16 in Chiapas pine; and models 11 and 21, and 20, 22 and 12 in piocho.

y *M. azedarach*, ambas relaciones de valores absolutos fueron mayores de dos, lo que indica un pico estrecho o leptocúrtico.

El diámetro medio fue más pequeño en *Cinnamomum* sp., intermedio en *P. chiapensis* y mayor en *M. azedarach*. La variabilidad fue mayor en aguacate silvestre y menor en pino blanco chiapaneco y piocho. Nuevamente, el error estándar de la media fue pequeño (0.09 a 0.12), debido al gran número de observaciones (Cuadro 2). Las tres especies mostraron sesgo negativo, por lo que

Table 3. Parameters of six models with the best fit according to Akaike's information criterion (AIC), used to describe the chest-height trunk diameter to height relationship in three forest species growing in a semi-hot and humid environment in the piedmont area of the Mexican Eastern Sierra Madre in the State of Veracruz, Mexico.

Cuadro 3. Parámetros de seis modelos con el mejor ajuste de acuerdo con el criterio de información de Akaike (AIC), utilizado para describir la relación diámetro a la altura del pecho y altura en tres especies forestales que crecen en un ambiente semicálido y húmedo en el área de piedemonte de la Sierra Madre Oriental en Veracruz, México.

No. / Núm	Model / Modelo	Parameter values / Valores de parámetros			R_a^2	AIC
		a	b	c		
Wild avocado (<i>Cinnamomum</i> sp.) / Aguacate silvestre (<i>Cinnamomum</i> sp.)						
5	$y = a \cdot x^{(b + c \cdot x)}$	1.20 ± 0.10	0.95 ± 0.05	-0.01 ± 0.00	0.785	-1 290.5
19	$y = a \cdot [1 - e^{-b \cdot x^c}]$	10.75 ± 0.61	-0.11 ± 0.00	1.08 ± 0.06	0.783	-1 280.5
9	$y = a \cdot [1 + e^{-b \cdot x^c}]^c$	11.04 ± 0.58	-0.13 ± 0.02	1.09 ± 0.10	0.783	-1 279.7
20	$y = a \cdot (1 + b^{-1} \cdot x^{-c})$	14.32 ± 1.44	0.08 ± 0.00	1.17 ± 0.10	0.782	-1 272.1
22	$y = x^a / [b + (c \cdot x^a)]$	1.18 ± 0.11	0.85 ± 0.10	0.07 ± 0.00	0.782	-1 272.1
12	$y = (a \cdot x) / (b + x)$	17.58 ± 0.67	12.33 ± 0.81	-----	0.781	-1 266.1
Chiapas white pine (<i>Pinus chiapensis</i>) / Pino blanco chiapaneco (<i>Pinus chiapensis</i>)						
9	$y = a \cdot [1 + e^{-(b \cdot x)^c}]$	10.14 ± 0.44	-0.20 ± 0.04	1.68 ± 0.46	0.350	46.3
19	$y = a \cdot [1 + e^{b \cdot x^c}]$	9.71 ± 0.37	-0.07 ± 0.02	1.40 ± 0.17	0.338	76.9
20	$y = a \cdot (1 + b^{-1} \cdot x^{-c})$	11.17 ± 0.86	0.04 ± 0.02	1.75 ± 0.32	0.335	83.9
22	$y = x^a / [b + (c \cdot x^a)]$	1.75 ± 0.33	1.96 ± 1.08	0.09 ± 0.00	0.335	83.9
8	$y = (a + b/x)^{-5}$	0.59 ± 0.004	0.63 ± 0.04	-----	0.332	88.8
16	$y = a \cdot [1 + (1/x)]^{-b}$	13.34 ± 0.40	5.32 ± 0.33	-----	0.332	88.8
Piocho (<i>Melia azedarach</i>) / Cedro blanco (<i>Melia azedarach</i>)						
11	$y = a \cdot e^{-b \cdot x^c}$	18.25 ± 2.92	2.46 ± 0.23	0.55 ± 0.13	0.490	-515.3
21	$y = e^{a + (b \cdot x^c)}$	2.90 ± 0.16	-2.46 ± 0.23	0.55 ± 0.13	0.490	-515.3
20	$y = a \cdot (1 + b^{-1} \cdot x^{-c})$	15.47 ± 1.57	0.16 ± 0.02	0.95 ± 0.16	0.489	-512.4
22	$y = x^a / [b + (c \cdot x^a)]$	0.95 ± 0.16	0.39 ± 0.09	0.06 ± 0.00	0.489	-512.4
12	$y = (a \cdot x) / (b + x)$	15.08 ± 0.33	6.38 ± 0.45	-----	0.489	-512.3
18	$y = a \cdot [\ln(1/x)]^b$	3.90 ± 0.17	0.98 ± 0.04	-----	0.490	-511.4

Height-diameter scattering plots along with the best non-linear model for each tree species are presented in Figure 1. The shape of the predicted lines is quite similar, but the respective models were not, as the best models were: the two-parameter hyperbola (model 12) for wild avocado (Landsberg, 1977); the three-parameter Richards function (model 9) (Richards, 1959; Zeide, 1993) for Chiapas white pine; and the three-parameter sigmoid function (model 11) of Korf (1939) for piocho (Stage, 1963; Zeide, 1989).

la distribución del diámetro tuvo un pico a la izquierda, pero difirió significativamente ($P < 0.05$) de la distribución normal solo en pino blanco chiapaneco y piocho. La curtosis fue negativa en aguacate silvestre y positiva en las otras dos especies. *Cinnamomum* sp. y *P. chiapensis* tuvieron un pico casi normal (mesocúrtico) mientras que *M. azedarach* presentó una distribución leptocúrtica con pico estrecho.

Los seis modelos no lineales con el mejor ajuste para cada especie se muestran en el Cuadro 3. Por lo que

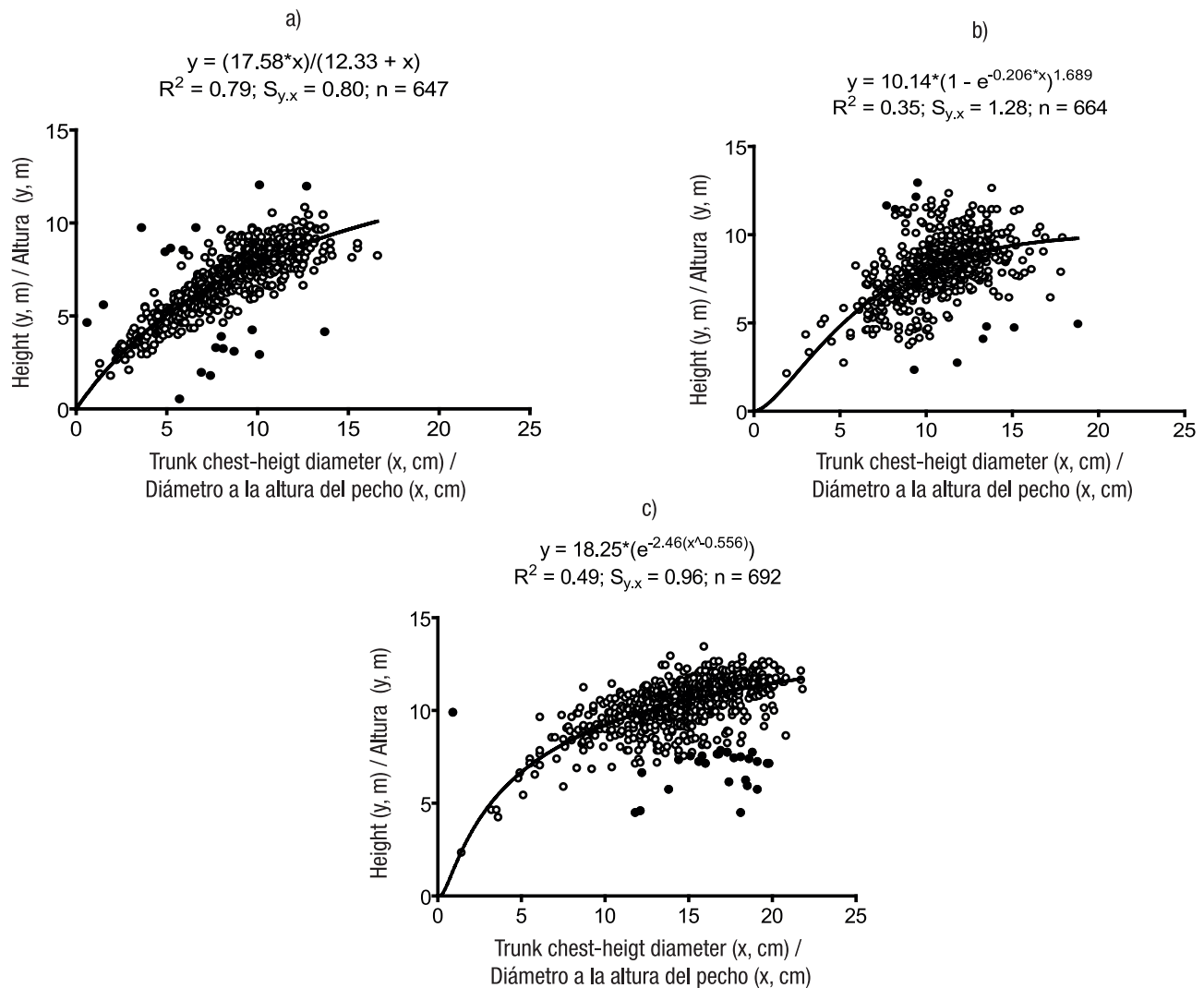


Figure 1. Graphic representation of the best models to describe the trunk chest-height diameter to height relationship in three species grown in a commercial forest plantation in a semi-hot and humid climate of the State of Veracruz, Mexico. A) Wild avocado (*Cinnamomum* sp.) model 12; B) Chiapas white pine (*Pinus chiapensis*) model 9; C) Piocho (*Melia azedarach*) model 11. Open dots are data used to fit the models; closed dots were outliers excluded from the analyses.

Figura 1. Representación gráfica de los mejores modelos para describir la relación diámetro a la altura del pecho y altura en tres especies cultivadas en una plantación forestal comercial en un clima semicálido y húmedo del estado de Veracruz, México. A) aguacate silvestre (*Cinnamomum* sp.), modelo 12; B) pino blanco chiapaneco (*Pinus chiapensis*), modelo 9; C) piocho (*Melia azedarach*), modelo 11. Los puntos abiertos son datos utilizados para ajustar los modelos; los puntos cerrados fueron valores atípicos excluidos de los análisis.

The analysis of variance showed that the model effect was highly significant ($P = 0.0008$) upon ranks. The model M19 presented a significantly ($P \leq 0.05$) lower sum of ranks (a better fit on average) than models M01, M02, M03, M04 and M17. The sum of ranks of M09, M20 and M22 differed from that of M19 in 0.5, 0.5 and 1.0 rank units. The remaining models were statistically ($P > 0.05$) similar to M19, even though their sum of ranks were from 1.9 to 4.0 times larger (Table 4).

respecta a R_a^2 y AIC, el mejor modelo para aguacate silvestre tuvo dos parámetros, mientras que en pino blanco chiapaneco y piocho, los mejores modelos tuvieron tres parámetros. El ajuste más grande fue en aguacate silvestre, intermedio en piocho y el más pequeño en pino blanco chiapaneco. Algunos modelos entre los seis mejores dentro de cada especie dieron exactamente el mismo resultado: modelos 9 y 20 en aguacate silvestre; modelos 20 y 22 y 8 y 16 en pino

Table 4. Dunnett's *post hoc* comparison of the sum of ranks of model M19, the one with the lowest rank or the best fit on average.

Cuadro 4. Comparación *post hoc* de Dunnett de la suma de rangos del modelo M19, el cual tiene el rango más bajo pero el mejor ajuste en promedio.

Model/ Modelo	Sum of ranks* / Suma de rangos*	Significance** / Significancia**	M_i/M_{19}
M19	11.0	---	
M20	11.5	NS	1.0
M22	11.5	NS	1.0
M09	12.0	NS	1.1
M11	21.0	NS	1.9
M21	21.0	NS	1.9
M05	28.0	NS	2.5
M12	28.0	NS	2.5
M10	34.5	NS	3.1
M18	35.0	NS	3.2
M06	38.0	NS	3.5
M07	38.0	NS	3.5
M13	38.0	NS	3.5
M14	38.0	NS	3.5
M08	38.5	NS	3.5
M16	38.5	NS	3.5
M15	43.5	NS	4.0
M03	51.0	**	4.6
M02	52.5	**	4.8
M17	52.5	**	4.8
M01	55.0	**	5.0
M04	62.0	**	5.6

*The best fit corresponds to models with the smallest sum of ranks. **Significant at $P \leq 0.05$.

El mejor ajuste corresponde a los modelos con la menor suma de rangos. **Significativo a $P \leq 0.05$, NS = no significativo.

The best six models for each species differed very little among them with respect to their fit, as R_a^2 and AICc values were very close among them (Table 3). Differences in R_a^2 between the 1st and 6th model for wild avocado were only: $0.785 - 0.781 = 0.0041$; and the respective difference in AICc was only: $-1290.5 - (-1266.1) = -24.4$. This is indeed a very low margin to declare superiority of one model over the remaining five (Table 3). Therefore, for predictive purposes only, any of the six best models can be used, unless the biological meaning of each parameter is of importance, if any, for the evaluator of the plantation.

Some models yielded the same R_a^2 and AIC values. For example, model 11 ($y = a * e^{-b * x^c}$) and model 21 ($y = e^{a + (b * x^c)}$) the 'a' parameter for the former was 18.35 m, which predicts the maximum tree height for this set of data, while the 'a' parameter of the latter was 2.90; nevertheless, if the terms 'b*(x^c)' are equaled to zero, $e^{2.90} = 18.17$ m, not very different from the maximum height predicted by model 11. Therefore, most models with equal fit were just representing the same predicted line, expressed in a different algebraic way.

Model 12, the best for wild avocado, has a zero intercept, and thus fulfills the assumption that if no diameter exists, height must also be nonexistent, which is consistent with Pasteur's Principle of Homogenesis v. gr. "...at zero mass, there is no potential for growth..." (Huxley, 1924). This model provides an estimation of the asymptotic or maximum height that a species' cohort should have reached had it had the optimum conditions to do so, in this case, 17.58 m (Table 3). It also produces a changing value of the slope $[a * b / (b + x)^2]$ as diameter changes, thus forming the curvature typically expected of the height-diameter relationship in several tree species.

The Richards' function was the one that best fitted the H-D relationship in Chiapas white pine (model 9). This is a generalized logistic function which predicts maximum tree height at $a = 10.14$ m; it also has the "S" shaped form of the logistic, but it is inherently asymmetrical. The parameter $c = 1.68$, or point of inflection, indicates when the $a/2$ value (half the height asymptote) occurs on the diameter axis (Birch, 1999), which in this case was ≈ 5.3 cm. It also predicts that at zero diameter height must be zero.

Korf's function fit the data best in piocho. Here almost half the variation in height was explained by diameter. Zeide (1993) stated that this equation was first proposed in Czechoslovakia by Korf (1939) and he and subsequent researchers (Brewer, Burns, & Cao, 1985; Stage, 1963) applied it to model height growth of forest stands with moderate success. The equation is quite suitable to describe diameter growth of a fixed number of trees.

blanco chiapaneco; y modelos 11 y 21, y 20, 22 y 12 en piocho.

Los diagramas de dispersión de altura-diámetro junto con el mejor modelo no lineal para cada especie de árbol se muestran en la Figura 1. La forma de las líneas predichas es bastante similar, pero los modelos respectivos no lo fueron, ya que los mejores modelos fueron: los dos parámetros hipérbola (modelo 12) para aguacate silvestre (Landsberg, 1977); la función de Richard de tres parámetros (modelo 9) (Richards, 1959; Zeide, 1993) para pino blanco chiapaneco; y la función sigmoidea de tres parámetros (modelo 11) de Korf (1939) para piocho (Stage, 1963; Zeide, 1989).

El análisis de varianza mostró que el efecto modelo fue altamente significativo ($P = 0.0008$) en los rangos. El modelo M19 presentó una suma de rangos significativamente menor ($P \leq 0.05$) (mejor ajuste en promedio) que los modelos M01, M02, M03, M04 y M17. La suma de los rangos de M09, M20 y M22 se diferenció de la de M19 en 0.5, 0.5 y 1.0 unidades de rango, respectivamente. Los modelos restantes fueron estadísticamente similares ($P > 0.05$) a M19, aunque la suma de rangos fue de 1.9 a 4.0 veces mayor (Cuadro 4).

Los mejores seis modelos para cada especie difirieron muy poco con respecto a su ajuste, ya que los valores R_a^2 y AICc fueron muy cercanos entre ellos (Cuadro 3). Para aguacate silvestre, las diferencias en R_a^2 entre el primer y sexto modelo fueron: $0.785 - 0.781 = 0.0041$; y la diferencia respectiva en AICc fue: $-1290.5 - (-1266.1) = -24.4$. De hecho, este es un margen muy bajo para declarar la superioridad de un modelo sobre los cinco restantes (Cuadro 3). Por lo tanto, solo con fines predictivos, se puede utilizar cualquiera de los seis mejores modelos, a menos que el significado biológico de cada parámetro sea de importancia para el evaluador de la plantación.

Algunos modelos arrojaron los mismos valores y AIC. Por ejemplo, en el caso de los modelos 11 ($y = a * e^{-b * x^c}$) y 21 ($y = e^{a + (b * x^c)}$) el parámetro 'a', que predice la altura máxima del árbol para este conjunto de datos, fue de 18.35 m para el primero y de 2.90 para el segundo; sin embargo, si los términos 'b*(x^c)' del modelo 21 se igualan a cero entonces $e^{2.90} = 18.17$ m, no muy distinto de la altura máxima predicha por el modelo 11. Por lo tanto, la mayoría de los modelos con igual ajuste representaban la misma línea predicha, expresada de una manera algebraica diferente.

El modelo 12, el mejor para aguacate silvestre, tiene un intercepto cero y, por lo tanto, cumple con la suposición de que, si no existe diámetro, la altura también debe ser inexistente, lo cual es consistente con el principio de homogeneidad v. g. de Pasteur "...con masa cero,

Zeide (1989) used the average growth of thousands of stem analyses of different species from different locations and showed that Korf's model was more accurate than other models. The Richards, Weibull, Gompertz and logistic models had standard errors of the estimate that were 2.1, 2.3, 3.4 and 4.8 times larger than the model of Korf (Zeide, 1989). Korf's function predicted a maximum height of 18.25 m, a value that could only be reached at an unrealistic diameter of 1.29E+07 cm. Models 20 and 12 (Table 3) predicted asymptotes of 15.47 m and 15.08 m, respectively, which were closer to the largest height diameter measured in the field, which was 13.45 m (Table 2).

At any rate, the fit of the Richards' function in Chiapas pine, in terms of the adjusted R^2 , was lower than that shown by the hyperbola for *Cinnamomum* sp. and the Korf's function for piocho (0.35 vs. 0.79 vs. 0.49; Table 3; Figure 1). Barrett (2006) modeled the height of 137 374 trees of 38 common species inventoried from 1988 to 2000 in 1 389 plots along the states of Washington, Oregon and California, USA, with the Richards' function and found R^2 values ranging from 0.44 to 0.83 and that in general, conifers showed higher values than hardwoods but among the former, those with highly variable tree forms like *Pinus contorta* (Balf.) and *P. occidentalis* Swartz had lower R^2 values. This is contrary to our results. The most likely explanation for this discrepancy is that Chiapas pine and piocho, being non-native species, are outside their range of environmental conditions for optimum growth, and this leads to a high variability due to growth differences in response to individual sites where the trees are growing. It has been shown that for a given stand of trees of the same species with similar age and growing under similar environmental conditions, the non-linear relationship between diameter and height is affected by site quality and tree stand density *e. g.* young tree stands in good sites have a stronger slope, while trees in older stands in less favorable sites show a flatter slope (Prodan et al., 1997). For our data, factors such as slope, exposure and soil differences remain to be tested. Several trees of each species should be measured, along with field traits like soil type, slope, exposure and others, and then tested to determine whether or not common conditions lead to a same best fit function or, alternatively, the functions do in fact change with field conditions.

In the practical sense, the mixed tree plantation took into account the different rates of growth and development of each tree species that will make them reach the adequate age and size for harvesting at different times, which at the end is related to the space for growth of the remnant trees *v. gr.* *M. azedarach* is the fastest growing, followed by *P. chiapensis* and *Cinnamomum* sp. in this order. In this way, if *M. azedarach* is harvested first, space is opened up and there is less

no existe potencial de crecimiento..." (Huxley, 1924). Este modelo proporciona una estimación de la altura asíntota o máxima que la cohorte de una especie debería haber alcanzado si hubiera tenido las condiciones óptimas para hacerlo, en este caso, 17.58 m (Cuadro 3). También produce un valor cambiante de la pendiente $[a*b/(b + x)^2]$ a medida que el diámetro cambia, formando así la curvatura que normalmente se espera de la relación altura-diámetro en varias especies de árboles.

La función de Richards fue la que mejor se ajustó a la relación h-DAP en pino blanco chiapaneco (modelo 9). Esta es una función logística generalizada que predice la altura máxima del árbol $a = 10.14$ m; también tiene forma de "S" de la logística, pero es inherentemente asimétrica. El parámetro $c = 1.68$, o punto de inflexión, indica cuando el valor $a/2$ (la mitad de la asíntota de la altura) ocurre en el eje del diámetro (Birch, 1999), que en este caso fue aproximadamente 5.3 cm. También predice que con diámetro cero, la altura debe ser cero.

La función de Korf se ajusta mejor a los datos en piocho. Aquí casi la mitad de la variación en altura se explica por el diámetro. Zeide (1993) indicó que esta ecuación se propuso por primera vez en Checoslovaquia por Korf (1939) y luego los investigadores posteriores (Brewer, Burns, & Cao, 1985; Stage, 1963) la aplicaron con éxito moderado al modelo de crecimiento en altura de rodales forestales. La ecuación es bastante adecuada para describir el crecimiento de diámetro de un número fijo de árboles. Zeide (1989) utilizó el crecimiento promedio de miles de análisis de tallo de especies de distintos sitios y mostró que el modelo de Korf fue más preciso en comparación con otros modelos. Los modelos logísticos de Richards, Weibull y Gompertz tuvieron errores estándar de la estimación 2.1, 2.3, 3.4 y 4.8 veces mayor que el modelo de Korf (Zeide, 1989). La función de Korf predijo una altura máxima de 18.25 m, un valor que solo podría alcanzarse con un diámetro poco realista de 1.29E+07 cm. Los modelos 20 y 12 (Cuadro 3) pronosticaron asíntotas de 15.47 m y 15.08 m, respectivamente, que estuvieron más cerca del diámetro de mayor altura medido en el campo, el cual fue de 13.45 m (Cuadro 2).

En cualquier caso, el ajuste de la función de Richards en el pino blanco chiapaneco, en términos del R^2 ajustado, fue menor que el que muestra la hipérbola para *Cinnamomum* sp. y la función de Korf para piocho (0.35 contra 0.79 contra 0.49; Cuadro 3, Figura 1). Barrett (2006) modeló, con la función de Richards, la altura de 137 374 árboles de 38 especies comunes inventariadas entre los años 1988 y 2000 en 1 389 parcelas de los estados de Washington, Oregon y California, EE. UU., y encontró valores de R^2 que van de 0.44 a 0.83; además, indicó que, en general, las coníferas mostraron valores más altos que las maderas

competition for the other two species to grow; then at 16 to 22 years after planting *P. chiapensis* is harvested, leaving all space for *Cinnamomum* sp. growth. Domínguez (1986) reported 18.3 m of height and 29.5 cm of chest-height-diameter at 12.5 years of age in *M. azedarach*, while *P. chiapensis* reached at 30 years of age, 25-30 m and 60-65 cm, respectively. On the other hand, empirical observations indicate that *Cinnamomum* sp., would require from 25 to 35 years of growth to have a height of 18 m and 80 cm of chest-height-diameter. These values would justify, initially, the type of tree species arrangement in the field available for the present research.

Another important aspect of the present evaluation is related to the scarce number of branches and leaves in *M. azedarach* and *Cinnamomum* sp. that would allow a greater amount of light to reach the ground, as compared to other more leaf-dense tree species. In this sense, the scarce shadow that *M. azedarach* generates as well as it being a winter-deciduous species makes it particularly adaptable as a tree component in agrosilvopastoral systems. An experiment conducted in the same property within a 1 200 trees·ha⁻¹ pure piocho stand compared the growth of four C₄ grasses during the rainy (August 2013) and windy (February 2014) seasons under sun and shade (Santiago-Hernández et al., 2015). On average, shade resulted in a 107 % reduction in biomass from 4 851 to 2 342 kg·ha⁻¹, while rainy and sunny conditions produced eight times (8 326 kg·ha⁻¹) more biomass than windy, cold and shady conditions (1 071 kg·ha⁻¹). The establishment of silvopastoral systems using *Cinnamomum* sp. and *M. azedarach* appears to be a feasible alternative to improve the landscape and farmers' income.

Conclusions

Our results agree in the general sense with the view that most biological processes like the growth of organisms is an imprecise phenomenon. The best models barely differed from others that fit the data almost equally well. Future research in this plantation must consider the present results and use the best functions to construct site indexes. Further investigation about the effects of slope, exposition and soil quality on the chosen best fit function should be pursued.

Acknowledgements

The Jarillo-Carranza family allowed measurements to be made in its commercial forestry plantation. The Centre for Teaching, Research and Extension for Tropical Animal Husbandry of the Faculty of Veterinary Medicine and Animal Science of the National Autonomous University of Mexico made the carrying out of this research feasible.

End of English version

duras, pero entre las primeras, aquellas con formas arbóreas muy variables como *Pinus contorta* (Balf.) y *P. occidentalis* Swartz tuvieron valores de R² más bajos. Esto es contrario a nuestros resultados. La explicación más probable para esta discrepancia es que el pino blanco chiapaneco y piocho, al no ser especies nativas, están fuera de su rango de condiciones ambientales para un crecimiento óptimo, lo que conduce a una alta variabilidad debido a diferencias de crecimiento en respuesta a sitios individuales donde los árboles están creciendo. Se ha demostrado que para un grupo dado de árboles de la misma especie con edad similar y que crecen en condiciones ambientales similares, la relación no lineal entre diámetro y altura se ve afectada por la calidad del sitio y la densidad del rodal; por ejemplo, los rodales jóvenes en sitios adecuados tienen una pendiente más fuerte, mientras que los árboles en rodales más viejos en sitios menos favorables muestran una pendiente más plana (Prodan et al., 1997). Para nuestros datos, hay factores que están pendientes para ser estudiadas. Varios árboles de la misma plantación deben medirse junto con los rasgos de campo como tipo de suelo, pendiente y exposición, y posteriormente ser evaluados para determinar si las condiciones comunes conducen a la misma función de mejor ajuste o si las funciones cambian con las condiciones del campo.

En el sentido práctico, la plantación de árboles mixtos obedeció a las diferentes tasas de crecimiento y desarrollo de cada especie arbórea que hará que alcancen la edad y el tamaño adecuado para su cosecha en diferentes momentos, lo que al final está relacionado con el espacio para el crecimiento de los árboles remanentes *v. g.* *M. azedarach* es el de mayor crecimiento, seguido por *P. chiapensis* y *Cinnamomum* sp. De esta forma, si *M. azedarach* se cosecha primero, el espacio se libera y hay menos competencia para que las otras dos especies crezcan; posteriormente, *P. chiapensis* se cosecha de los 16 a los 22 años después de la siembra, dejando todo el espacio para el desarrollo de *Cinnamomum* sp. Domínguez (1986) reportó 18.3 m de altura y 29.5 cm de diámetro a la altura del pecho a los 12.5 años de edad en *M. azedarach*, mientras que *P. chiapensis* alcanzó a los 30 años, 25 a 30 m de altura y 60 a 65 cm de DAP. Por otro lado, las observaciones empíricas indican que *Cinnamomum* sp. requerirá de 25 a 35 años de crecimiento para tener una altura de 18 m y 80 cm de DAP. Estos valores justificarán, inicialmente, el tipo de arreglo de especies arbóreas en el campo disponible, para la presente investigación

Otro aspecto importante de la presente evaluación se relaciona con el número escaso de ramas y hojas en *M. azedarach* y *Cinnamomum* sp., lo cual permitirá que mayor cantidad de luz llegue al suelo en comparación con otras especies de árboles más densas. En este sentido, la poca sombra que *M. azedarach* genera, además de ser una especie caducifolia de invierno, la

References / Referencias

- Barrett, T. M. (2006). Optimizing efficiency of height modeling for extensive forest inventories. *Canadian Journal of Forest Research*, 36(9), 2259–2269. doi: 10.1139/x06-128
- Birch, C. P. D. (1999). A new generalized logistic sigmoid growth equation compared with the Richards' growth equation. *Annals of Botany*, 83, 713–723. doi: 10.1006/anbo.1999.0877
- Brewer, J. A., Burns, P. Y., & Cao, Q. V. (1985). Short-term projection accuracy of five asymptotic height-age curves for loblolly pine. *Forest Science*, 31, 414–418.
- Costas, R., & Rodríguez, G. (2003). Relaciones hipsométricas promedios para *Pinus elliotti* Engl. en Misiones y Nordeste de Corrientes. *Revista Yviraretá*, 12, 19–25.
- Costa, E. A., Schroder, T., & Finger, C. A. G. (2016). Height-diameter relationships for *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze in southern Brazil. *CERNE*, 22(4), 493–500. doi: 10.1590/01047760201622042182
- Domínguez, A. F. A. (1996). *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen: Nuevo registro para Oaxaca, México. *Revista Ciencia Forestal en México*, 21(80), 131–137. Retrieved from http://www.inifap.gob.mx/SitePages/revistas/rmcf_numeros.aspx
- Dunnett, C. W. (1964). New tables for multiple comparisons with a control. *Biometrics*, 20(3), 482–491. doi: 10.2307/2528490
- Fierros-Mateo, R., De los Santos-Posadas, H. M., Fierros-González, M. A., & Cruz-Cobos, F. (2017). Crecimiento y rendimiento maderable en plantaciones de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. *Agrociencia*, 51(2), 201–214. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=30250026006>
- Gaillard, B. C., Pece, M., Juárez, G. M., & Ríos, N. (2002). Estimación del crecimiento y producción de una plantación de paraíso gigante (*Melia azedarach* var. *gigantea*) sin riego en la Provincia de Santiago del Estero, Argentina. *Revista Quebracho*, 9, 127–140. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=48100912>
- García, E. (1981). *Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen* (3a ed.). México, D. F.: Instituto de Geografía, UNAM.
- Google Earth®. (2011). “La Gotera”. 19° 56' 39.99" N and 97° 15' 42.25" W. Google Earth. September 8, 2011. Retrieved December 27, 2014 from <http://www.google.com/earth/explore/products/desktop.html>
- GraphPad Software (2015). GraphPad Prism version 6.07 for Windows. La Jolla, California, USA: Author. Retrieved from www.graphpad.com
- Huang, S., Titus, S. J., & Wiens, D. (1992). Comparison of non-linear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forestry Research*, 22, 1297–1304. doi: 10.1139/x92-172
- Huxley, J. S. (1924). Constant differential growth ratios and their significance. *Nature*, 114, 895–896. doi: 10.1038/114895a0
- hace particularmente adaptable como componente arbóreo en los sistemas agrosilvopastoriles. En un experimento realizado en la misma propiedad dentro de una plantación de piocho puro de 1 200 árboles·ha⁻¹, el crecimiento de cuatro gramíneas C₄ se comparó durante las temporadas de lluvias (agosto de 2013) y vientos (febrero de 2014), bajo sol y sombra (Santiago-Hernández et al., 2015). En promedio, la sombra ocasionó una reducción de 107 % en biomasa de 4 851 a 2 342 kg·ha⁻¹, mientras que las condiciones lluviosas y soleadas produjeron ocho veces (8 326 kg·ha⁻¹) más biomasa que las condiciones ventosas, frías y sombrías (1 071 kg·ha⁻¹). El establecimiento de sistemas silvopastoriles utilizando *Cinnamomum* sp. y *M. azedarach* parece ser una alternativa factible para mejorar el paisaje y los ingresos de los agricultores.

Conclusiones

Los resultados concuerdan, en sentido general, con la opinión de que la mayoría de los procesos biológicos, como el crecimiento de organismos, es un fenómeno impreciso. Los mejores modelos apenas difieren de otros que se ajustan a los datos casi por igual. Las investigaciones futuras en esta plantación deben considerar los resultados actuales y usar las mejores funciones para construir índices de sitios. Es necesario hacer mayor investigación sobre los efectos de la pendiente, la exposición y la calidad del suelo en la función elegida de mejor ajuste.

Agradecimientos

Se agradece a la familia Jarillo-Carranza por permitir realizar mediciones en su plantación forestal comercial. Al Centro de Enseñanza, Investigación y Extensión para la Cría de Animales Tropicales de la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia de la Universidad Nacional Autónoma de México por permitir la realización de esta investigación.

Fin de la versión en español

- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). (2009). Prontuario de Información Geográfica Municipal de los Estados Unidos Mexicanos: Tlapacoyan, Veracruz de Ignacio de la Llave. Clave geoestadística 30183. Retrieved from http://www3.inegi.org.mx/contenidos/app/mexicocifras/datos_geograficos/30/30183.pdf
- Jarillo-Rodríguez, J., Castillo-Gallegos, E., Degollado-Hoyos, O., Flores-de la Rosa, F. R., Valles-de la Mora, B., & Escobar-Hernández, R. (2013). Emergencia de semilla de piocho (*Melia azedarach* L.) sometida a diferentes tiempos de escarificación con H_2SO_4 . *Avances en Investigación Agropecuaria*, 17, 83–88. Retrieved from <http://www.uco.mx/revaia/portal/pdf/2013/sept/6.pdf>
- Joanes, D. N., & Gill, C. A. (1998). Comparing measures of sample skewness and kurtosis. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 47(1), 183–189. doi: 10.1111/1467-9884.00122
- Juárez, G. M., Pece, M. G., Gaillard, B. C., Sanguedolce, J., Mariot, V., & Mazzuco, R. (2006). Ecuaciones altura-diámetro para *Ziziphus mistol*, Griseb. *Revista Quebracho*, 13, 36–43. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=48101304>
- Kidwell, J. F., Gregory, P. W., & Guilbert, H. R. (1952). A genetic investigation of allometric growth in Hereford cattle. *Genetics*, 37(2), 158–174. Retrieved from <http://www.genetics.org/content/genetics/37/2/158.full.pdf>
- Korf, V. (1939). Contribution to mathematical definition of the law of stand volume growth. *Lesnická práce*, 18, 339–379.
- Landsberg, J. J. (1977). Some useful equations for biological studies. *Experimental Agriculture*, 13, 273–280. doi: 10.1017/S0014479700008000
- Lappi, J. A. (1997). Longitudinal analysis of height/diameter curves. *Forestry Science*, 43, 555–570. Retrieved from <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/fs/1997/00000043/00000004/art00013>
- López, S. C., Gorgoso, V. J., Castedo, D. F., Rojo, A. A., Rodríguez, S. R., Álvarez, G. J. G., & Sánchez, R. F. (2003). A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of Forest Science*, 60(3), 237–245. doi: 10.1051/forest:2003015
- Lorea-Hernández, F. G. (1997). On *Cinnamomum* (Laureacea) in México. *Acta Botánica Mexicana*, 40, 1–18. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=57404001>
- Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least squares estimation of parameters. *Journal of the Society of Industrial Applied Mathematics*, 11, 431–441. Retrieved from http://www.dista.unibo.it/~bittelli/materiale_lettura_fisica_terreno/marquardt_63.pdf
- Moore, J. A., Zhang, L., & Stuck, D. (1996). Height-diameter equations for ten tree species in the Inland Northwest. *Western Journal of Applied Forestry*, 11, 132–137. Retrieved from <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/wjaf/1996/00000011/00000004/art00007>
- Motulsky, H., & Christopolous, A. (2003). *GraphPad Prism® Version 4.0. Fitting models to biological data using linear and nonlinear regression: A practical guide to curve fitting*. San Diego, CA, USA: GraphPad Software. Retrieved from <http://s3.amazonaws.com/cdn.graphpad.com/faq/1757/file/Prism4RegressionBook.pdf>
- Motulsky, H. M., & Brown, R. E. (2006). Detecting outliers when fitting data with nonlinear regression – a new method based on robust nonlinear regression and the false discovery rate. *BMC Bioinformatics*, 7, 123. doi: 10.1186/1471-2105-7-123
- Osman, E. M. H., Idris, E. Z. A., & Ibrahim, E. M. M. (2013). Modelling height-diameter relationships of selected economically important natural forest species. *Journal of Forest Products and Industries*, 2, 34–42. Retrieved from <http://researchpub.org/journal/jfpi/number/vol2-no1/vol2-no1-5.pdf>
- Patil, S. J., Mutanal, S. M., & Patil, H. Y. (2012). *Melia azedarach* based agroforestry system in transitional tract of Karnataka. *Karnataka Journal Agricultural Science*, 25(4), 460–462. Retrieved from <http://inflibnet.ac.in/ojs/index.php/KJAS/article/viewFile/1592/1411>
- Pece, M. G., Benítez, C., Juárez, M., Mariot, V., Sanguedolce, J., & Pranzoni, O. (2006). Modelación de la altura total para quebracho colorado santiagueño (*Schinopsis quebracho-colorado*). *Foresta Veracruzana*, 8, 1–7. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=49780101>
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura forestal*. San José, Costa Rica: Proyecto IICA/GTZ sobre Agricultura, Recursos Naturales y Desarrollo Sostenible GmbH.
- Richards, F. J. (1959). A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, 10, 290–300. doi: 10.1093/jxb/10.2.290
- Rodríguez-Acosta, M., & Arteaga-Martínez, B. (2005). Índice de sitio para *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen, en los estados de Veracruz y Puebla, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 11(1), 39–44. Retrieved from <https://chapingo.mx/revistas/revistas/articulos/doc/rchscfaXI428.pdf>
- Sánchez, V. N. M., & del Castillo, S. R. F. (2001). Calidad de estación para *Pinus chiapensis* (Mart.) Andresen en el Rincón, Oaxaca, México. *Foresta Veracruzana*, 3, 9–12. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=49703202>
- Santiago-Hernández, F., López-Ortiz, S., Ávila-Reséndiz, C. A., Jarillo-Rodríguez, J., Pérez-Hernández, P., & Guerrero-Rodríguez, J. D. (2015). Physiological and production responses of four grasses from the genera *Urochloa* and *Megathyrsus* to shade from *Melia azedarach* L. *Agroforestry systems*, 90(2), 339–349. doi: 10.1007/s10457-015-9858-y
- Statistical Analysis System (SAS Institute Inc.). 2013. *SAS/STAT® 12.3 User's Guide*. Cary, NC, USA: Author.
- Schröder, J., & Álvarez-González, J. G. (2001). Comparing the performance of generalized diameter-height equations for maritime pine in northwestern Spain. *Forstwissenschaftliches Centralblatt*, 120, 18–23. doi: 10.1007/BF02796077
- Sharma, R. P. (2009). Modelling height-diameter relationship for Chir pine trees. *Banko Janakari*, 19, 3–9. doi: 10.3126/banko.v19i2.2978

- Sistema de Información para la Reforestación (SIRE), Comisión Nacional Forestal (CONAFOR), & Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO). (2015) Ficha técnica 956. *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. Retrieved November 25, 2015 from <http://www.conafor.gob.mx:8080/documentos/docs/13/956Pinus%20chiapensis.pdf>
- Sistema de Información para la Reforestación (SIRE), Comisión Nacional Forestal (CONAFOR), & Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO). (2015a). Ficha técnica 944. *Melia azedarach* L. Retrieved November 25, 2015 from <http://www.conafor.gob.mx:8080/documentos/docs/13/944Melia%20azedarach.pdf>
- Silvert, W. (1979). Practical curve fitting. *Limnology and Oceanography*, 24(4), 767–773. Retrieved from <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.4319/lo.1979.24.4.0767/pdf>
- Stage, A. R. (1963). A mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir. *Forest Science*, 9, 167–180. Retrieved from <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/fs/1963/00000009/00000002/art00007#expand/collapse>
- Trincado, G., & Leal, D. C. (2006). Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque (Valdivia)*, 27(1), 23–34. doi: 10.4067/S0717-92002006000100003
- Zeide, B. (1989). Accuracy of equations describing diameter growth. *Canadian Journal of Forest Research*, 19, 1283–1286. doi: 10.1139/x89-195
- Zeide, B. (1993). Analysis of growth equations. *Forest Science*, 39, 594–616. Retrieved from <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/fs/1993/00000039/00000003/art00014>
- Zhao, W., Mason, E. G., & Brown, J. (2006). Modelling height-diameter relationships of *Pinus radiata* plantations in Canterbury, New Zealand. *New Zealand Journal of Forestry*, 51, 23–27. Retrieved from http://www.nzjf.org/free_issues/NZJF51_1_2006/EAEA779C-FB75-4901-9119-83C52AB7321A.pdf
- Vibrans, A. C., Moser, P., Oliveira, L. Z., & Macaneiro, J. P. (2015). Height-diameter models for three subtropical forest types in southern Brazil. *Ciência e agrotecnologia*, 39(3), 205–215. doi: 10.1590/S1413-70542015000300001